

文章编号:1000-4874(2003)06-0748-13

渤海海冰动力学的质点网格法 数值模拟*

季顺迎, 岳前进, 赵凯

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室,大连 116023)

摘要: 为准确计算渤海海冰的动力过程,本文将质点网格方法(Particle-in-cell,简称 PIC)引入到渤海海冰数值模拟中。该方法首先在欧拉坐标系下对海冰动力方程和连续方程进行差分求解,并插值出各网格内海冰质点的速度和密集度,然后在拉格朗日坐标系下对海冰质点的位移和各网格的平均冰厚进行确定。PIC方法将欧拉法与拉格朗日法相结合,避免了欧拉坐标下有限差分法的数值扩散和拉格朗日坐标下光滑质点流体动力学计算量大的缺点。在对渤海海冰动力过程的数值模拟中采用了 Hibler 的粘塑性本构模型,并考虑了海冰热力作用过程。利用 PIC 方法对辽东湾海冰进行了 48h 数值模拟,结果表明:该方法可成功地处理海冰流变过程,精确计算出冰缘线位置和海冰分布状况,对海冰厚度和密集度的计算精度均优于有限差分法。PIC 方法在精确模拟海冰的重叠和堆积过程,以及为冰区油气作业提供详实的海冰信息方面都有良好的应用前景。

关键词: 海冰动力学;质点网格法;有限差分法;数值模拟

中图分类号: TV131.2 **文献标识码:** A

Numerical simulation of sea ice dynamics with Particle-in-cell approach in the Bohai Sea

J I Shun-ying, YUE Qian-jin, ZHAO Kai

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial
Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: Particle-in-cell (PIC) approach was introduced into the sea ice numerical simulation of Bohai Sea. In the PIC approach for sea ice dynamics, the momentum and continuity equations are calculated with Finite Difference method (FDM) to determine the ice velocities and concentration of Eulerian cells, then the velocity and concentration of Lagrangian ice particles are interpolated from the cells above with a bi-linear interpolating function. With the movement of particles, the ice thickness of Eulerian cells can be adjusted based on the new location of ice particles. For the coupling of Eulerian and Lagrangian coordinates in PIC approach, the numerical diffusion in Eulerian FDM and the excessive computation in Lagrangian Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) were both avoided. In the present sea ice dynamics simulation of Bohai Sea, Hibler's viscous-plastic constitutive law was adopted. Considering sea ice thermodynamics, the simulated ice thickness and concentration with PIC compared better with the satellite remote im-

* 收稿日期: 2001-09-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40206004,59739170)

作者简介: 季顺迎(1972~),男,河北武邑人,讲师,博士。

ages than that of FDM. The PIC approach can also be applied to simulate the ice ridging and rafting processes precisely, and also to supply more reliable ice information for offshore oil/gas exploitation.

Key words: sea ice dynamics; Particle-in-cell (PIC); Finite Difference Method (FDM); numerical simulation

1 引言

在海冰数值模拟中,海冰大多被视为二维流体或流变体进行处理,并采用欧拉坐标系下的有限差分法^[1-4]。但在海冰的动力过程计算中,开阔水和海冰两种介质(对于三层海冰模式则包括开阔水、薄冰和厚冰^[4]或开阔水、平整冰和堆积冰^[3]三种介质)往往共存于一个网格内,并相互交错。在计算海冰动力方程中的平流项时,不仅存在数值扩散现象,同时也不能精确计算控制方程中的梯度项。这不仅限制了其准确预测冰缘线的运动,对于冰区的动力特性也不能准确描述^[5]。于是,人们在采用欧拉差分法进行海冰数值模拟的同时,也在尝试其它的计算方法^[5-7]。

Pritchard 等(1990)在海冰数值模拟中引入了采用拉格朗日网格单元的自适应网格法^[8]。尽管这种方法用运动的网格为跟踪冰缘运动提供了一个途径,但是由于欧拉有限差分法的使用,数值发散依然存在,而且这种运动网格法只适用于冰缘运动较光滑的区域。Shen 和 Wang 采用拉格朗日坐标下的光滑质点流体动力学方法(Smoothed Particle Hydrodynamics, 简作 SPH)对 Niagara 河上游河冰和渤海海冰的动力过程进行了数值模拟,并得到了理想的计算结果^[5,9]。但在引入二维 Gauss 分布作为插值函数进行冰间相互处理时,需要大量的循环计算,这在一定程度上限制了其在海冰数值预测中的适用性。

拉格朗日坐标系适合于扰动不是很大的流体运动,欧拉坐标系则适合于大扰动单介质流体运动^[10]。但在海冰动力学的数值模拟中,一般扰动较大,同时又是多介质状态。所以将拉格朗日与欧拉坐标系耦合是比较理想的方法。耦合的方式是多种多样的,例如拉格朗日网格在欧拉区域中的重新划分、不同流体区域或不同介质分别采用不同的坐标系,用网格与质点分别刻画欧法与拉格朗日坐标系的特征等。近年来,质点网格法(PIC)在海冰数值模拟中越来越受到重视^[6,7]。

PIC 方法是由 Harlow (1955)首次提出,并经 Amsden (1966)的发展,在各类压缩流体问题中得到

了广泛应用。PIC 方法是将欧拉网格中的介质划分成若干个质点,每个质点带有介质的质量、动量和能量。它们的输运可以用质点的运动来表示。在 PIC 方法中,流体具有两重性,一方面把流体看成连续介质,从而在没有物质输运的情况下计算流场变化;另一方面又把流体看成是若干个带有一定质量的质点,然后在固定的欧拉矩形网格上研究这些质点的运动,以及质量、动量和能量的输运。虽然 PIC 方法在欧拉网格和拉格朗日质点间来回插值的过程中仍受数值发散影响^[11],但它具有一般欧拉方法的优点,能够计算扭曲比较严重的二维流体动力学模型;同时由于引入了拉格朗日质点,具有计算多种物质和处理自由面运动的能力。另外, PIC 法的另一个重要优点是对于重点分析区域可采用大量质点进行精确计算,而在其它区域只保持很少的质点以减小计算量。

本文首先介绍海冰动力学的数学模型,然后推导其 PIC 计算格式。在此基础上,对辽东湾海冰进行 48h 数值模拟,并将计算结果同海冰卫星遥感资料进行对比分析。

2 海冰动力学方程

海冰动力学主要包括海冰漂移的动力方程,冰间相互作用的本构模型以及海冰质量的连续方程。

2.1 海冰漂移的动力方程

海冰漂移的动力方程是按牛顿定律来描述的。单位面积海冰的运动平衡方程为:

$$M \frac{dV_i}{dt} = -MfK \times V_i + a + w - Mg \nabla_w + \nabla(\bar{h}) \quad (1)$$

式中,单位面积海冰质量 $M = \bar{h}$,其中平均冰厚 $\bar{h} = Ah_i$, i 和 h_i 分别为海冰密度和冰厚, A 为海冰密集度; V_i 为海冰速度矢量; $f = 2 \omega_e \sin \phi$ 为科氏参数,其中 ω_e 为地转角速度, ϕ 为地理纬度; K 为垂直于海面的单位矢量; a 和 w 分别为风和流对海冰的拖

曳力; g 为重力加速度; w 为瞬时海面高度; 为冰内应力张量。

风和流对单位面积海冰的拖曳力为:

$$\begin{cases} a = a C_a / V_{ai} / V_{ai} \\ w = w C_w / V_{wi} / V_{wi} \end{cases} \quad (2)$$

式中, a 和 w 为空气和海水的密度; C_a 和 C_w 分别为风和流对海冰的拖曳系数; 相对风速 $V_{ai} = V_a - V_i$, 相对流速 $V_{wi} = V_w - V_i$, 其中 V_a 和 V_w 分别为风速和流速矢量。

2.2 海冰本构方程

在海冰数值模拟中,海冰本构方程大都建立在连续介质力学的基础上,并将海冰视为二维连续体,其中应用最广泛的是 Hibler 建立的粘塑性海冰本构方程。粘塑性模型的基础是由椭圆屈服曲线描述的二维粘塑性屈服法则,其应力-应变关系为^[1]:

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2 \dot{\epsilon}_{ij} + (\dot{\epsilon}_{kk} - P) \dot{\epsilon}_{ij} - P \dot{\epsilon}_{ij}/2 \quad (i, j = 1, 2) \quad (3)$$

式中, $\dot{\sigma}_{ij}$ 和 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 分别为二维应力和应变速率张量; P 为冰内压力项; $\dot{\epsilon}_{ij}$ 为 Kronecker 算子; 和 分别为非线性块体粘性系数和切变粘性系数,并可按下式计算:

$$= (\dot{\epsilon}_{ij}, P) = \min(P/2, 0) \quad (4)$$

$$= / e^2 \quad (5)$$

式中, $= \sqrt{\dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_2^2 / e^2}$ 且 $\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}$, $\dot{\epsilon}_2 = \sqrt{(\dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22})^2 + 4 \dot{\epsilon}_{12}^2}$; e 为海冰屈服曲线椭圆率。由 (4) 式和 (5) 式可以看出,当海冰应变率较小,且 $P/2 > 0$ 时,有 $= 0$, $= 0/e^2$ 。此时,海冰流变行为表现为线粘性流体;而当海冰应变率较大,且 $P/2 < 0$ 时,海冰发生塑性屈服,海冰主应力状态位于椭圆屈服曲线之上,此时的 和 均为海冰应变率的非线性函数。

根据 Hibler 给出的冰内压力项计算式,在本文计算中有^[5]:

$$P = P^* \cdot \exp[-C(1 - A)] \quad (6)$$

式中, P^* 为海冰在密集度为 1 时的压缩强度和 C 是经验常数。

2.3 海冰连续方程

海冰质量变化是海冰的热力和动力过程共同作用的结果。海冰质量的连续方程可将两个过程进行耦合,即

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \nabla(MV_i) = (M) \quad (7)$$

式中, (M) 为海冰质量的热力增长函数。将 $M = \rho_i h_i A$ 代入上式,并考虑海冰密度为常数,则可得到冰厚和密集度的连续方程。在海冰的 PIC 数值模拟中,冰厚可通过拉格朗日坐标下海冰质点的动力分布以及海冰的热力作用过程进行确定。若忽略热力作用对海冰密集度的影响,海冰密集度的连续方程为:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(A U_i) + \frac{\partial}{\partial y}(A V_i) = 0 \quad (8)$$

式中, U_i 和 V_i 分别为海冰在 x 向和 y 向的速度分量。对于海冰密集度 A 有控制条件 $A < 1$ 。当 $A > 1$ 时,令 $A = 1$,且 $\bar{h} = h_i$ 。这时,海冰发生重叠和堆积现象。

3 海冰数值模拟的 PIC 方法

在海冰 PIC 数值模拟中,首先将欧拉网格内的海冰分成一个个独立的质点,然后将这些质点插值到固定欧拉网格内。通过差分求解海冰动量方程和密集度连续方程,得到固定网格的速度和密集度分布,然后插值出网格内各海冰质点的速度和密集度。根据网格内各海冰质点的重新分布情况以及海冰热力过程确定出各网格的平均冰厚。下面对海冰 PIC 数值模拟中,海冰质点在网格内的初始分布、海冰动力方程和密集度连续方程的欧拉差分计算,以及拉格朗日坐标下海冰质点的输运过程进行介绍。

3.1 海冰质点在网格内的初始分布

在采用 PIC 方法进行海冰数值模拟时,首先要将每个网格划分为若干个质点,每个网格内的质点数量及其在网格内的布局对模拟结果都有影响^[10]。每

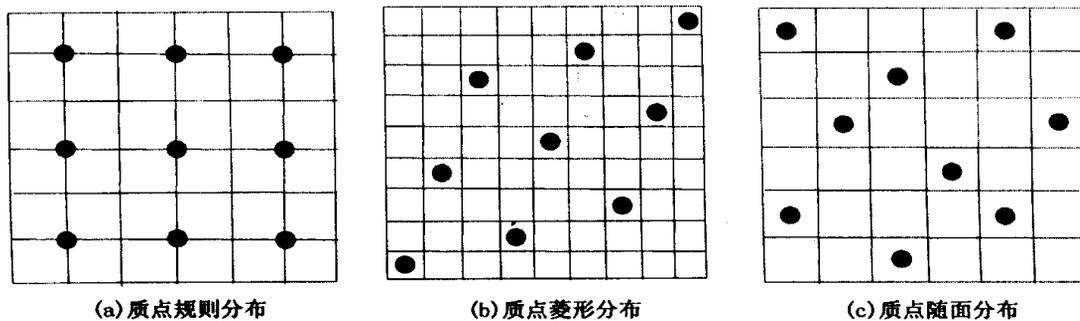


图1 海冰质点在网格内的初始分布

个网格内需要的质点数不但与计算模型有关,还受计算机存贮量控制。例如,Flato (1993) 在极区大尺度长期海冰数值模拟中,将每个网格内的初始质点数设为 9 个^[6],而 Huang 和 Savage (1998) 在海冰动力学的小尺度短期数值实验中,将初始质点增加到 100 个^[7]。本文在辽东湾海冰数模拟中,一个网格内的初始质点数设为 121 个。

质点在网格内一般有如下三种分布方式:一是规则布局,二是菱形布局,三是随机布局。它们分别如图 1 所示。计算经验表明,按照规则的方式来布置质点并不是很理想的,菱形布局和随机布局都可以改进计算结果^[10]。

设每个网格内有 $L_{cell} = s \times s$ 个质点。当网格 ij 内的海冰质点呈随机分布时,质点 l 的坐标 $X(l, t^0)$ 或 $(x_p(l, t^0), y_p(l, t^0))$ 为

$$\begin{cases} x_p(l, t^0) = x_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} + \left(\frac{2r+1}{2s} - \frac{(-1)^r}{4s} \right) x \\ y_p(l, t^0) = y_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} + \left(\frac{2r+1}{2s} - \frac{(-1)^r}{4s} \right) y, \end{cases} \quad (9)$$

($r = 0, 1, \dots, s-1$)

式中, $x_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}$ 和 $y_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}$ 为海冰网格节点坐标; x 和 y 为网格 x 向和 y 向步长。

各网格内海冰质点的初始质量分布可按均匀分布处理,此时网格 ij 内质点 l 的质量为:

$$m_p(l, t^0) = \frac{x y_i \bar{h}_{ij}^0}{L_{cell}} \quad (l = 0, 1, \dots, L_{cell}) \quad (10)$$

式中, $m_p(l, t^0)$ 为海冰质点 l 的初始质量; \bar{h}_{ij}^0 为网格 ij 的初始平均冰厚; L_{cell} 为网格 ij 内的初始海冰质点数。

3.2 海冰动量方程和密集度连续方程的欧拉差分格式

在欧拉坐标系下,海冰数值模拟可采用交错网格建立差分方程,空间差分用中心差分格式,时间上将每个步长分为两个半步长,按三层时间格式进行计算。在 $k t \sim (k + \frac{1}{2}) t$ 的上半步长上,沿 x 轴方向对 U_i 采用隐式计算,而对 V_i 采用显式计算,而在 $(k + \frac{1}{2}) t \sim (k + 1) t$ 的下半步长上,沿 y 轴方向对 V_i 采用隐式计算,而对 U_i 采用显式计算,网格划分及变量分布如图 2 所示。

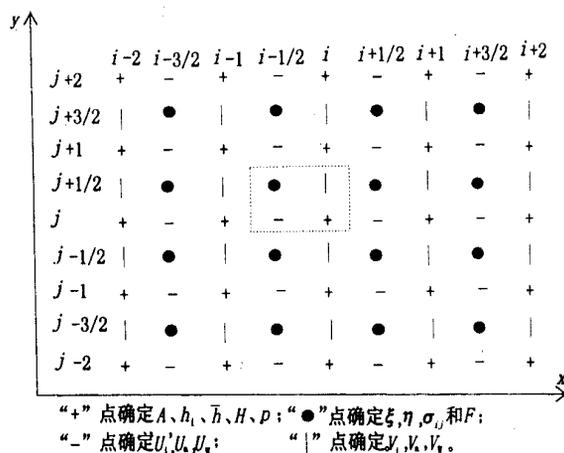


图2 海冰动量方程和密集度连续方程的差分网格坐标

在海冰数值模拟中,将会有三种边界条件:闭边界、开边界和移动边界,这里不考虑河流冰量的注入。闭边界是指海岸边界。在闭边界处,海冰法向速度为零,即在左右边界上 $U_i = 0$, 在上下边界上 $V_i = 0$ 。开边界是指由于界定计算区域的需要,在冰区中划出

的界线。在开边界处,假设计算区域内的海冰参数的法向梯度为零,即: $\frac{\partial U_i}{\partial n} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial n} = 0, \frac{\partial A}{\partial n} = 0$ 和 $\frac{\partial \bar{h}}{\partial n} = 0$, 这里 n 为开边界的法线方向。移动边界是指冰水交接线,并且边界内的冰区和边界外的开阔水都在计算区域内。对于移动边界,可定义一个判别冰水分界线的指标函数^[3]:

$$I(x, y, t) = \begin{cases} 1 & \bar{h} \geq h_{\min} \\ 0 & \bar{h} < h_{\min} \end{cases} \quad (11)$$

式中, $I(x, y, t)$ 为区分冰区和开阔水的指标函数,其中 x 和 y 为坐标, t 为时间; h_{\min} 是区分冰区和冰区的临界冰厚。当平均冰厚 $\bar{h} \geq h_{\min}$ 时,进行正常海冰数值模拟,而当平均冰厚 $\bar{h} < h_{\min}$ 时,所有海冰参数为零,只进行开阔水面的热力计算。

对海冰动量方程(1)式在 x 向和 y 向进行分解,得:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial U_i}{\partial y} = \\ fV_i - g \frac{\partial w}{\partial x} + (a_x + w_x + F_x)/M \\ \frac{\partial V_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial V_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial y} = \\ -fU_i - g \frac{\partial w}{\partial y} + (a_y + w_y + F_y)/M \end{cases} \quad (12)$$

对于 x 方向动量方程,在 k 到 $(k + \frac{1}{2})$ 半个时间步长,以 $(i + \frac{1}{2}, j)$ 为研究中心,令:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = \frac{2}{\Delta t} (U_{i+1/2, j}^{k+1/2} - U_{i+1/2, j}^k),$$

$$U_i \frac{\partial U_i}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta x} U_{i+1/2, j}^{k+1/2} \left(U_{i+3/2, j}^k - U_{i-1/2, j}^k \right)$$

$$fV_i = f\bar{V}_{i+1/2, j}^k,$$

$$V_i \frac{\partial U_i}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta y} \bar{V}_{i+1/2, j}^k \left(U_{i+1/2, j+1}^k - U_{i+1/2, j-1}^k \right)$$

$$g \frac{\partial w}{\partial x} = g \frac{1}{\Delta x} \left(w_{i+1, j}^{k+1/2} - w_{i, j}^{k+1/2} \right)$$

$$F_x = F_{x, i+1/2, j}^k,$$

$$\frac{a}{M} = \frac{a(C_a / \bar{V}_{ai})_{i+1/2, j}^{k+1/2} (U_a - U_i)_{i+1/2, j}^{k+1/2}}{\bar{M}_{i+1/2, j}^k},$$

$$\frac{w}{M} = \frac{w(C_w / \bar{V}_{wi})_{i+1/2, j}^{k+1/2} (U_w - U_i)_{i+1/2, j}^{k+1/2}}{\bar{M}_{i+1/2, j}^k},$$

$$\bar{M} = \bar{h}$$

于是 x 方向动量方程的差分格式为:

$$\begin{aligned} & U_{i+1/2, j}^{k+1/2} \left[1 + \frac{\Delta t}{4\Delta x} (U_{i+3/2, j}^k - U_{i-1/2, j}^k) \right] + \\ & \frac{\Delta t}{2} \frac{w(C_w / \bar{V}_{wi})_{i+1/2, j}^{k+1/2}}{\bar{M}_{i+1/2, j}^k} + \frac{\Delta t}{2} \frac{a(C_a / \bar{V}_{ai})_{i+1/2, j}^{k+1/2}}{\bar{M}_{i+1/2, j}^k} \Big] = \\ & U_{i+1/2, j}^k - \frac{\Delta t}{4\Delta y} (\bar{V}_{i+1/2, j}^k (U_{i+1/2, j+1}^k - U_{i+1/2, j-1}^k) + \\ & \frac{\Delta t}{2} f\bar{V}_{i+1/2, j}^k - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (w_{i+1, j}^{k+1/2} - w_{i, j}^{k+1/2}) + \\ & \frac{\Delta t}{2} \frac{a(C_a / \bar{V}_{ai})_{i+1/2, j}^{k+1/2}}{\bar{M}_{i+1/2, j}^k} U_{a, i+1/2, j}^{k+1/2} + \\ & \frac{\Delta t}{2} \frac{w(C_w / \bar{V}_{wi})_{i+1/2, j}^{k+1/2}}{\bar{M}_{i+1/2, j}^k} U_{w, i+1/2, j}^{k+1/2} + \frac{\Delta t}{2} \frac{F_{x, i+1/2, j}^k}{\bar{M}_{i+1/2, j}^k} \Big] \quad (13) \end{aligned}$$

同样,在 y 方向以 $(i, j + \frac{1}{2})$ 为研究中心,其动量方程的差分解为:

$$\begin{aligned} & V_{i, j+1/2}^{k+1/2} \left[1 + \frac{\Delta t}{4\Delta y} (V_{i, j+3/2}^k - V_{i, j-1/2}^k) \right] + \\ & \frac{\Delta t}{2} \frac{w(C_w / \bar{V}_{wi})_{i, j+1/2}^k}{\bar{M}_{i, j+1/2}^k} + \frac{\Delta t}{2} \frac{a(C_a / \bar{V}_{ai})_{i, j+1/2}^k}{\bar{M}_{i, j+1/2}^k} \Big] = \\ & V_{i, j+1/2}^k - \frac{\Delta t}{4\Delta x} (\bar{V}_{i, j+1/2}^{k+1/2} (V_{i+1, j+1/2}^k - V_{i-1, j+1/2}^k) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{-t}{2} f \bar{U}_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - \frac{g-t}{2} \frac{1}{x} \left(\bar{w}_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+1/2} - \bar{w}_{i,j}^{k+1/2} \right) + \\ & \frac{-t}{2} \frac{a(C_a / V_{ai})_{i,j+\frac{1}{2}}^k V_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}}}{\bar{M}_{i,j+\frac{1}{2}}^k} + \\ & \frac{-t}{2} \frac{w(C_w / V_{wi})_{i,j+\frac{1}{2}}^k V_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}}}{\bar{M}_{i,j+\frac{1}{2}}^k} + \frac{-t}{2} \frac{F_{y,i,j+\frac{1}{2}}^k}{\bar{M}_{i,j+\frac{1}{2}}^k} \end{aligned} \quad (14)$$

式(12)中 x 方向和 y 方向的海冰内力分别为:

$$\begin{cases} F_x = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{x} \bar{h}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{y} \bar{h}) \\ F_y = \frac{\partial}{\partial y} (\bar{y} \bar{h}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{x} \bar{h}) \end{cases} \quad (15)$$

根据 Hibler 的粘塑性海冰本构方程,海冰应力为:

$$\begin{cases} \bar{x} \bar{x} = \bar{x} \bar{x} + \bar{x} \bar{x} + \bar{y} \bar{y} - \bar{y} \bar{y} - \frac{P}{2} \\ \bar{y} \bar{y} = \bar{y} \bar{y} + \bar{x} \bar{x} + \bar{y} \bar{y} - \bar{x} \bar{x} - \frac{P}{2} \\ \bar{x} \bar{y} = \bar{y} \bar{x} = 2 \bar{x} \bar{y} \end{cases} \quad (16)$$

在 x 方向上,以 $(i + \frac{1}{2}, j)$ 为研究中心计算 F_x 有:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) + \\ & \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial y}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} P) + \\ & \frac{\partial}{\partial y} (\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial x}) \end{aligned} \quad (17)$$

其中:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) = \\ & \frac{1}{x^2} \bar{h}_{i+1,j} \tilde{h}_{i+1,j} (U_{i+\frac{3}{2},j} - U_{i+\frac{1}{2},j}) - \\ & \frac{1}{x^2} \bar{h}_{i,j} \tilde{h}_{i,j} (U_{i+\frac{1}{2},j} - U_{i-\frac{1}{2},j}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial y}) = \\ & \frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i+1,j} \tilde{h}_{i+1,j} (V_{i+1,j+\frac{1}{2}} - V_{i+1,j-\frac{1}{2}}) - \\ & \frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i,j} \tilde{h}_{i,j} (V_{i,j+\frac{1}{2}} - V_{i,j-\frac{1}{2}}) \\ & \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) = \\ & \frac{1}{x^2} \bar{h}_{i+1,j} \tilde{h}_{i+1,j} (U_{i+\frac{3}{2},j} - U_{i+\frac{1}{2},j}) - \\ & \frac{1}{x^2} \bar{h}_{i,j} \tilde{h}_{i,j} (U_{i+\frac{1}{2},j} - U_{i-\frac{1}{2},j}) \\ & \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial y}) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i+1,j} \tilde{h}_{i+1,j} (V_{i+1,j+\frac{1}{2}} - V_{i+1,j-\frac{1}{2}}) - \\ & \frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i,j} \tilde{h}_{i,j} (V_{i,j+\frac{1}{2}} - V_{i,j-\frac{1}{2}}) \\ & \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} P) = \frac{1}{x} (\bar{h}_{i+1,j} P_{i+1,j} - \bar{h}_{i,j} P_{i,j}) \\ & \frac{\partial}{\partial y} (\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial y}) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{y^2} \bar{h}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \tilde{h}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} (U_{i+\frac{1}{2},j+1} - U_{i+\frac{1}{2},j}) - \\ & \frac{1}{y^2} \bar{h}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \tilde{h}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} (U_{i+\frac{1}{2},j} - U_{i+\frac{1}{2},j-1}) \\ & \frac{\partial}{\partial y} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial x}) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \tilde{h}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} (V_{i+1,j+\frac{1}{2}} - V_{i,j+\frac{1}{2}}) - \\ & \frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \tilde{h}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} (V_{i+1,j-\frac{1}{2}} - V_{i,j-\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

在 y 方向上,以 $(i, j + \frac{1}{2})$ 为研究中心计算 F_y 有:

$$F_y = \frac{\partial}{\partial y} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial y}) +$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y}(\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y}(\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y}(\bar{h} P) + \frac{1}{x^2} \bar{h}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \quad i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} (V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - V_{i,j+\frac{1}{2}}) - \\ \frac{\partial}{\partial x}(\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial x}) \quad (18) \quad \frac{1}{x^2} \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \quad i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} (V_{i,j+\frac{1}{2}} - V_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

其中:

对于海冰密集连续方程(8)式,有如下差分格式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y}(\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) = \\ \frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i,j+1} \quad i,j+1 (U_{i+\frac{1}{2},j+1} - U_{i-\frac{1}{2},j+1}) - \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A U_i) = \frac{1}{x} \left(\tilde{A}_{i+\frac{1}{2},j}^k U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{A}_{i-\frac{1}{2},j}^k U_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right),$$

$$\frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i,j} \quad i,j (U_{i+\frac{1}{2},j} - U_{i-\frac{1}{2},j})$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{2}{t} \left(A_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - A_{i,j}^k \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial x}) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(A V_i) = \frac{1}{y} \left(\tilde{A}_{i,j+\frac{1}{2}}^k V_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{A}_{i,j-\frac{1}{2}}^k V_{i,j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right)$$

于是海冰密集连续方程差分分解为:

$$\frac{1}{y^2} \bar{h}_{i,j+1} \quad i,j+1 (V_{i,j+\frac{3}{2}} - V_{i,j+\frac{1}{2}}) -$$

$$A_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} = A_{i,j}^k - \frac{t}{2} \frac{\partial}{\partial x} \cdot$$

$$\frac{1}{y^2} \bar{h}_{i,j} \quad i,j (V_{i,j+\frac{1}{2}} - V_{i,j-\frac{1}{2}})$$

$$\left(\tilde{A}_{i+\frac{1}{2},j}^k U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{A}_{i-\frac{1}{2},j}^k U_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) -$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial x}) =$$

$$\frac{t}{2} \frac{1}{y} \left(\tilde{A}_{i,j+\frac{1}{2}}^k V_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{A}_{i,j-\frac{1}{2}}^k V_{i,j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \quad (19)$$

$$\frac{1}{x} \frac{1}{x} \bar{h}_{i,j+1} \quad i,j+1 (U_{i+\frac{1}{2},j+1} - U_{i-\frac{1}{2},j+1}) -$$

在(13)至(19)式中:

$$\bar{U}_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{U_{i+\frac{1}{2},j} + U_{i-\frac{1}{2},j} + U_{i+\frac{1}{2},j+1} + U_{i-\frac{1}{2},j+1}}{4},$$

$$\frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i,j} \quad i,j (U_{i+\frac{1}{2},j} - U_{i-\frac{1}{2},j})$$

$$\bar{V}_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{V_{i,j+\frac{1}{2}} + V_{i,j-\frac{1}{2}} + V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + V_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{4},$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\bar{h} P) = \frac{1}{y} (\bar{h}_{i,j+1} P_{i,j+1} - \bar{h}_{i,j} P_{i,j})$$

$$\sim_{i+1,j} = \frac{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2} + i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2} + i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}{4},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{h} \frac{\partial U_i}{\partial y}) =$$

$$\sim_{i,j+1} = \frac{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2} + i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2} + i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}{4},$$

$$\frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \quad i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} (U_{i+\frac{1}{2},j+1} - U_{i+\frac{1}{2},j}) -$$

$$\sim_{i,j} = \frac{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2} + i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}{4}$$

$$\frac{1}{x} \frac{1}{y} \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \quad i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} (U_{i-\frac{1}{2},j+1} - U_{i-\frac{1}{2},j})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{h} \frac{\partial V_j}{\partial x}) =$$

$$\sim_{i+1,j} = \frac{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2} + i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2} + i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}{4},$$

$$\tilde{h}_{i,j+1} = \frac{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2} + i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2} + i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}{4},$$

$$\tilde{h}_{i,j} = \frac{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2} + i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2} + i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}{4},$$

$$\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{1}{4} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i,j+1} + \bar{h}_{i+1,j} + \bar{h}_{i+1,j+1}),$$

$$\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{1}{4} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i,j-1} + \bar{h}_{i+1,j} + \bar{h}_{i+1,j-1}),$$

$$\bar{h}_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{1}{4} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i,j+1} + \bar{h}_{i-1,j} + \bar{h}_{i-1,j+1}),$$

$$\bar{h}_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i,j+1}),$$

$$\bar{h}_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i-1,j}),$$

$$\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i+1,j}),$$

$$\bar{h}_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i,j-1}),$$

$$\bar{h}_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} (\bar{h}_{i,j} + \bar{h}_{i-1,j}),$$

$$\tilde{A}_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i,j+1}),$$

$$\tilde{A}_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i+1,j})$$

$$\tilde{A}_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i,j-1}),$$

$$\tilde{A}_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i-1,j})$$

3.3 拉格朗日坐标系下海冰质点输运

由欧拉差分法计算出各网格速度后,便可根据各质点在网格内的位置分布情况来确定它们的速度分布。在此速度下,当一个质点从一个网格运动到另一个网格后,该质点所携带的质量也就从原来的网格输运到了新的网格中,从而引起海冰质量的重新分配。

在 k t 时间步,即 t^k 时刻,若第 l 个海冰质点的位置坐标为 $X(l, t^k)$ 或 $(x_p(l, t^k), y_p(l, t^k))$, 那么该质点的速度矢量 $V_p(X(l, t^k)$ 或 $(U_p(X(l, t^k), V_p(X(l, t^k))$ 可由其周围 4 个网格点上的速度矢量线性插值得到。在本文的海冰动力方程的差分格式下,第 l 个海冰质点在 x 和 y 向的速度为:

$$\begin{cases} U_p(X(l, t^k)) = \begin{matrix} 1 & 1 \\ i=0 & j=0 \end{matrix} \begin{matrix} x & y \\ \left[x_{i+\frac{1}{2},j}, x_p(l, t^k) \right] & \left[y_{i+\frac{1}{2},j}, y_p(l, t^k) \right] \end{matrix} U_{i+\frac{1}{2},j}^k \\ V_p(X(l, t^k)) = \begin{matrix} 1 & 1 \\ i=0 & j=0 \end{matrix} \begin{matrix} x & y \\ \left[x_{i,j+\frac{1}{2}}, x_p(l, t^k) \right] & \left[y_{i,j+\frac{1}{2}}, y_p(l, t^k) \right] \end{matrix} V_{i,j+\frac{1}{2}}^k \end{cases} \quad (20)$$

式中, $U_p(X(l, t^k))$ 和 $V_p(X(l, t^k))$ 分别为第 l 个海冰质点在 t^k 时刻的 x 和 y 向的速度分量; $\left[x_{i+\frac{1}{2},j}, y_{i+\frac{1}{2},j} \right]$ 和 $\left[x_{i,j+\frac{1}{2}}, y_{i,j+\frac{1}{2}} \right]$ 分别为网格 i,j 中 x 向速度 $U_{i+\frac{1}{2},j}$ 和 y 向速度 $V_{i,j+\frac{1}{2}}$ 的网格点坐标。

同样,根据海冰密集连续方程的差分格式,第 l 个海冰质点的密集度为:

$$A_p(X(l, t^k)) =$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 \\ i=0 & j=0 \end{matrix} \begin{matrix} x [x_{i,j}, x_p(l, t^k)] & y [y_{i,j}, y_p(l, t^k)] \end{matrix} A_{i,j}^k \quad (21)$$

式中, $A_p(X(l, t^k))$ 为第 l 个海冰质点在 t^k 时刻的密集度; $(x_{i,j}, y_{i,j})$ 为网格 i,j 中海冰密集度的网格点坐标。

式(20)中,权函数 $x\left(x_{i+\frac{1}{2},j}, x_p(l, t^k)\right)$ 和 $y\left(y_{i+\frac{1}{2},j}, y_p(l, t^k)\right)$ 可由下式计算:

$$\begin{cases} x\left(x_{i+\frac{1}{2},j}, x_p(l, t^k)\right) = \left[1 - \frac{|x_p(l, t^k) - x_{i+\frac{1}{2},j}|}{x}\right] S_x\left(i + \frac{1}{2}, j, l\right) \\ y\left(y_{i+\frac{1}{2},j}, y_p(l, t^k)\right) = \left[1 - \frac{|y_p(l, t^k) - y_{i+\frac{1}{2},j}|}{y}\right] S_y\left(i + \frac{1}{2}, j, l\right) \end{cases} \quad (22)$$

这里,当 $\frac{|x_p(l, t^k) - x_{i+\frac{1}{2},j}|}{x} < 1$ 时, $S_x\left(i + \frac{1}{2}, j, l\right)$

$l) = 1$, 否则 $S_x\left(i + \frac{1}{2}, j, l\right) = 0$;

当 $\frac{|y_p(l, t^k) - y_{i+\frac{1}{2},j}|}{y} < 1$ 时, $S_y\left(i + \frac{1}{2}, j, l\right)$

$l) = 1$, 否则 $S_y\left(i + \frac{1}{2}, j, l\right) = 0$ 。

对于式(20)和(21)中的权函数 $x\left(x_{i,j+\frac{1}{2}}, x_p(l, t^k)\right)$, $y\left(y_{i,j+\frac{1}{2}}, y_p(l, t^k)\right)$, $x\left(x_{i,j}, x_p(l, t^k)\right)$ 和 $y\left(y_{i,j}, y_p(l, t^k)\right)$ 都有如式(22)所示的计算格式。

海冰质点 l 在 t^k 时刻的速度被确定后,它在 $t^{k+\frac{1}{2}}$ 时刻的位置矢量 $X(l, t^{k+\frac{1}{2}})$ 可由下式计算:

$$X(l, t^{k+\frac{1}{2}}) = X(l, t^k) + \frac{t}{2} V_p^k(l, t^k) \quad (23)$$

在海冰动力计算过程中,若忽略热力作用过程,则在整个数值模拟中各海冰质点的质量是不变的。但在渤海海冰数值模拟中,考虑不同海域的海洋热通量、不同天气条件下的气温和太阳辐射量等海冰热力因素都有较大的差异,并对海冰演化过程有较大的影响。因此,即便是较短期的海冰数值模拟,也应考虑热力作用过程的影响。于是,海冰质点的平均冰厚为:

$$\bar{h}_p(l, t^{k+\frac{1}{2}}) = \bar{h}_p(l, t^k) + \frac{t}{2} p_p(l, t^k) \quad (24)$$

式中, $\bar{h}_p(l, t^k)$ 和 $\bar{h}_p(l, t^{k+\frac{1}{2}})$ 分别为第 l 个海冰质点在 t^k 和 $t^{k+\frac{1}{2}}$ 时刻的平均冰厚; $p_p(l, t^k)$ 为第 l 个海冰质点在 t^k 时刻平均冰厚的热力增长函数。于是,根据以上计算的各海冰质点的平均冰厚,可确定出其在 $t^{k+\frac{1}{2}}$ 时刻的质量 $m_p(l, t^{k+\frac{1}{2}})$ 。

3.4 网格内海冰厚度的重新分配

海冰质点运动后,当它从原网格移动到新的网格中后,质点的质量必须从原网格中减去,并加到新的网格中,进而引起各网格海冰质量的重新分配。因此,从 t^k 时刻到 $t^{k+\frac{1}{2}}$ 时刻,当所有海冰质点运动后,网格 i, j 内单位面积的海冰质量为:

$$M_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} = M_{i,j}^k + \frac{1}{x y} \cdot \left(\int_r m_p(r, t^{k+\frac{1}{2}}) \int_r m_p(r, t^{k+\frac{1}{2}}) \right) \quad (25)$$

式中, $M_{i,j}^k$ 和 $M_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}$ 分别表示 t^k 和 $t^{k+\frac{1}{2}}$ 时刻网格 i, j 内单位面积海冰的质量; $\int_r m_p(r, t^{k+\frac{1}{2}})$ 和 $\int_r m_p(r, t^{k+\frac{1}{2}})$ 分别表示进入和移出网格 i, j 的海冰质点质量。网格 i, j 的平均冰厚为:

$$\bar{h}_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{M_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{i} \quad (26)$$

Flato 在采用 PIC 方法进行海冰数值模拟时,各网格内海冰质量或平均冰厚的分布是由该网格中心周围的 4 个网格内海冰质点的线性插值确定的^[6]。Huang et al. 和 Wang 等也都借用了 Flato 的处理方法^[5,7]。当海冰质点在网格内均匀连续分布时,该方法可合理地确定出各网格的海冰质量;然而,一般情况下,海冰质点是随机分布的,由此确定的网格质量要小于网格内各海冰质点质量的总和,从而导致欧拉坐标下的海冰质量与拉格朗日坐标下的海冰质量不相等。采用(25)和(26)式对网格内海冰质量和平均冰厚的确定可保证计算过程中海冰质量的守恒。

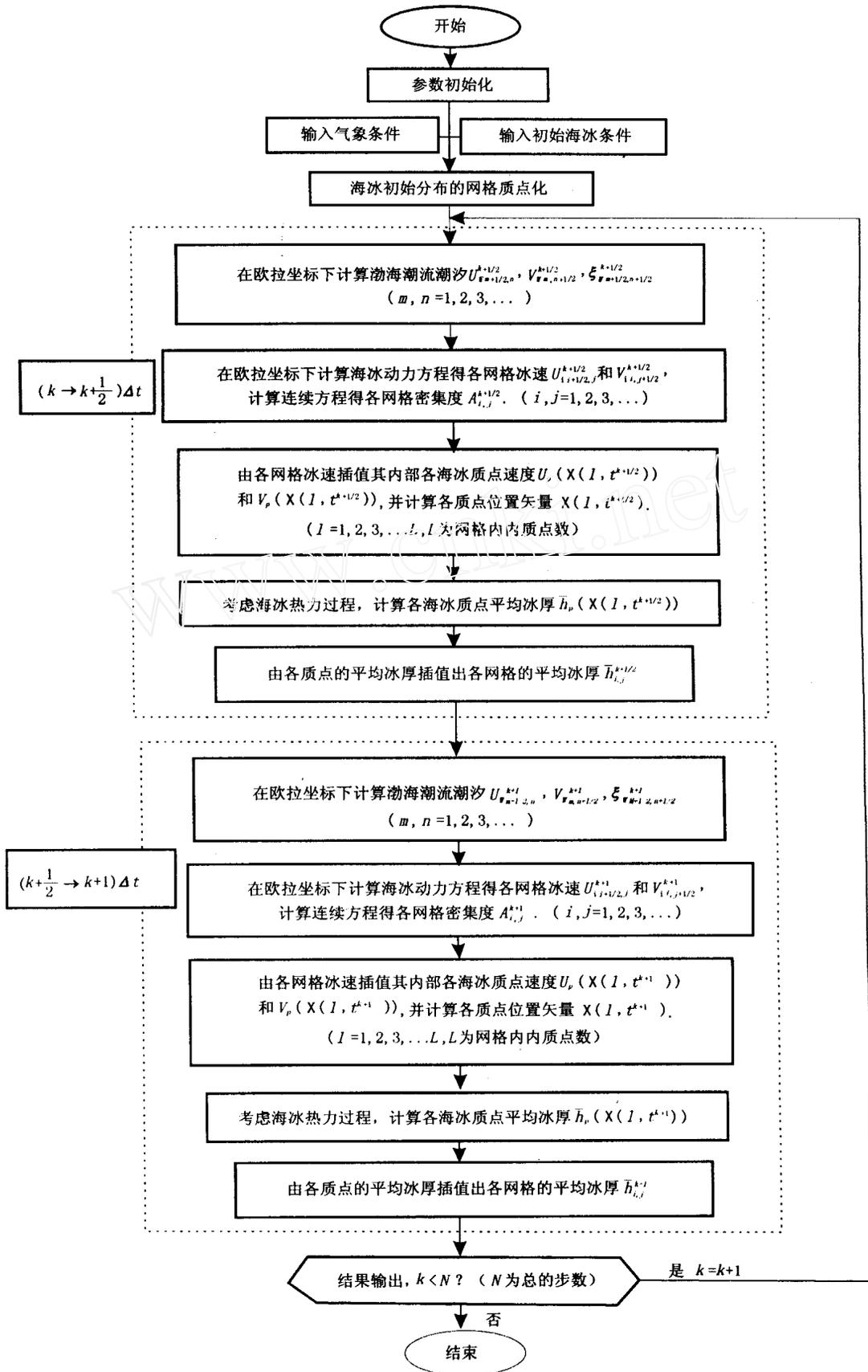


图3 海冰动力学 PIC 数值模拟的计算流程图

至此,完成了从 t^k 到 $t^{k+\frac{1}{2}}$ 时刻 PIC 海冰数值模拟的上半个时间步长的计算。同样,通过对 $t^{k+\frac{1}{2}}$ 时刻海冰动量方程和密集度连续方程的差分过程,可确定 $(k + \frac{1}{2})$ t 时间步长海冰网格的速度分布,进而确定其内部各海冰质点的速度矢量 $V_p(X(l, t^{k+\frac{1}{2}}))$,并计算出 t^{k+1} 时刻各海冰质点的位置矢量 $X(l, t^{k+1})$,进而计算出各网格内的平均冰厚 $\bar{h}_p(l, t^{k+1})$ 。本文采用 PIC 方法进行海冰数值模拟的计算程序流程如图 3 所示。

4 辽东湾海冰数值模拟实验

为验证 PIC 方法在渤海海冰数值模拟中的适用性,下面对 1999 年 2 月 3 日 6:50 至 2 月 5 日 6:50 的辽东湾海冰进行 48h 数值模拟,部分计算参数列于表 1 中。模拟中的海冰初始冰厚和密集度分布由国家海洋环境预测中心提供的 NOAA 卫星遥感资料提取。其中卫星遥感的初始冰厚分布如图 4 所示。气象条件则采用辽东湾 JZ20-2 平台上的实测资料。渤海流速和潮汐采用 Leendertse 二维非线性长波模式在欧拉坐标系下进行数值计算。

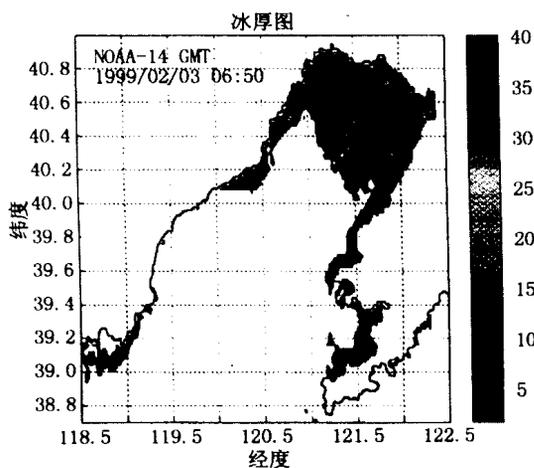


图 4 卫星遥感的辽东湾初始冰厚分布

相对于欧拉差分 (FD) 方法,采用 PIC 方法进行海冰数值模拟的最大优点就是可精确地确定冰缘线的动态演变过程,避免了 FD 方法的数值扩散情况。另外,通过 PIC 方法还可更加合理地模拟出冰区内部的海冰分布。例如,采用 PIC 方法对辽东湾海冰进行 6h 数值模拟的部分冰缘线和网格内海冰质点分布状况如图 5 所示。从中可以看出,采用拉

格朗日坐标可方便准确地确定出海冰质点在冰缘线和网格内部任意位置处的分布情况。这明显优于 FD 方法中以网格为单位表述的海冰在网格内的平均分布状态。另外,从冰区内部海冰质点分布情况,可清晰地看出潮汐波动作用对海冰分布的影响。

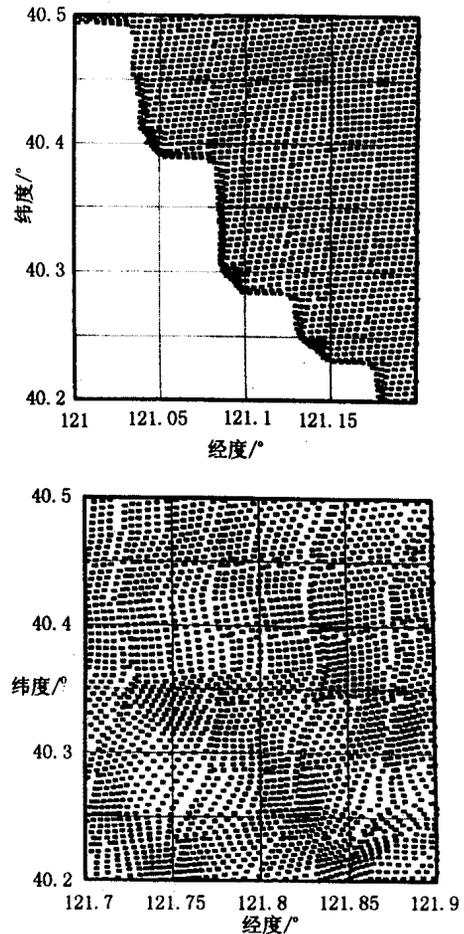


图 5 PIC 海冰数值模拟中的冰缘线和局部海冰质点分布

从 2 月 3 日 6:50 开始,采用 PIC 方法模拟的 24h 和 48h 后辽东湾冰厚分布如图 6 所示。在采用 PIC 方法对辽东湾海冰进行数值模拟的同时,也用欧拉差分方法 (FD) 进行了数值计算,其计算参数与 PIC 方法的相同。相对于 2 月 4 日 6:40 和 2 月 5 日 6:30 的 NOAA 卫星遥感资料,采用以上两种方法模拟的海冰厚度和密集度分布的平均误差列于表 2 中。从中可以看出,无论是冰厚还是密集度,采用 PIC 方法模拟的海冰结果均优于 FD 方法。如果单独分析 PIC 方法在冰-岸和冰-水边界 (水缘线) 处的计算精度,将会发现该方法的优点更加明显。

表1 辽东湾 PIC 海冰数值模拟中的基本参数

变量	定义	取值	变量	定义	取值
t	时间步长	600s	$x \times y$	网格尺寸	$0.05^\circ \times 0.05^\circ$
i	海冰密度	$910\text{kg}/\text{m}^3$	w	海水密度	$1010\text{kg}/\text{m}^3$
L	网格内初始质点数	11×11		空气密度	$1.29\text{kg}/\text{m}^3$
e	海冰屈服曲线椭圆率	2.0	o	海冰块体粘性常数	$2.5 \times 10^8 \text{P}$
C_w	流拖曳系数	0.0025	C_a	风拖曳系数	0.0015
C	压力项经验常数	20.0	P^*	海冰压力项常数	$1.25 \times 10^4 \text{N}/\text{m}^2$

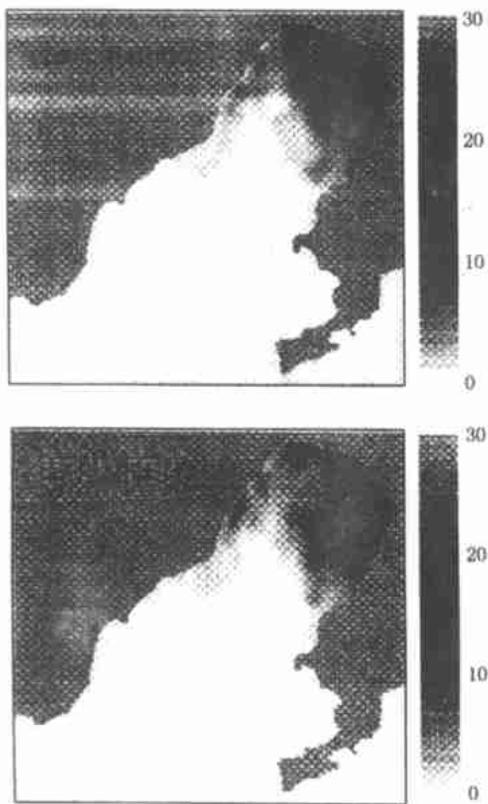


图6 采用 PIC 方法模拟的辽东湾 24h 和 48h 后冰厚 (cm) 分布

5 结语

在渤海海冰动力学数值模拟中,为精确处理冰间相互作用和确定冰缘线位置,本文采用了质点网格计算方法(PIC)。该方法首先在欧拉坐标系下对海冰动量方程和连续方程差分求解,然后在拉格朗日坐标系下对海冰质点的位移和各网格的平均冰厚进行确定,进而完成海冰动力过程的计算。相对于欧拉坐标

系下的差分法,PIC方法可更加准确地计算冰缘线位置,减小平流项计算中的数值扩散;相对拉格朗日坐标下的光滑质点流体动力学方法(SPH),PIC方法的计算量较小,可提高海冰数值模拟和预报的时效性。

表2 辽东湾 PIC 和 FM 海冰数值模拟结果平均误差

日期	参数	PIC 方法	FD 方法
2月4日	冰厚(cm)	3.70	4.04
	密集度(%)	10.34	12.20
2月5日	冰厚(cm)	4.27	4.43
	密集度(%)	10.61	13.70

采用 PIC 方法对渤海辽东海湾海冰进行了 48h 数值模拟。模拟中采用了 Hibler 的粘塑性海冰本构模型,并同时考虑了海冰热力作用过程。计算结果表明:PIC 方法可准确地确定出各海冰质点在冰缘线处和网格内部的分布情况,其对海冰厚度和密集度的计算精度均优于有限差分法。

为模拟海冰动力过程中的重叠和堆积过程,以及为获得海冰作业区详实的海冰信息,可在重叠堆积区和油气作业区的网格内布置较多的海冰质点,而在其它网格内布置少量的质点,这可在增加较小计算量的同时,对重点海域海冰进行精确的数值模拟。由于 PIC 方法同时具有欧拉法和拉格朗日法的优点,其在渤海海冰动力学数值模拟中将有很好的应用前景。
致谢: 感谢国家海洋局海洋环境预报中心刘建强教授提供的 NOAA 卫星遥感资料。

参 考 文 献:

- [1] HIBLER W D. A dynamic and thermodynamic sea ice model[J]. *Journal Physical Oceanography*, 1979, 9: 815-846.
- [2] 王仁树. 渤海海冰的数值试验[J]. *海洋学报*, 1984, 6(4): 572-580.
- [3] 吴辉碇, 白珊, 张占海. 海冰动力学过程的数值模拟[J]. *海洋学报*, 1998, 20(2): 1-13.
- [4] LU Q M. On mesoscale modeling of the dynamics and thermodynamics of sea ice[D]. Technical University of Denmark, 1987.
- [5] WANG ZL. A coastal Sea Ice Model with Discrete Parcel Method[R]. Clarkson University Internal Report, 2000.
- [6] FLATO G M. A Particle-in-cell sea-ice model[J]. *Atmos. Ocean*, 1993, 31(3): 339-358.
- [7] HUANG ZJ, SAVAGE S B. Particle-in-cell and finite difference approaches for the study of marginal ice zone problems[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 1998, 28: 1-28.
- [8] PRITCHARD R S, MUELLER A C, HANZLIK D J and YANG Y S. Forecasting Bering Sea ice edge behavior[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1990, 95: 775-788.
- [9] SHEN H T, CHEN Y C and WEKE A et al. Lagrangian discrete parcel simulation of river ice dynamics[J]. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 1993, 3(4): 328-332.
- [10] 李德元, 徐国荣. 二维非定常流体力学数值方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [11] WANG ZL, SHEN H T and WU H D. A Lagrangian sea ice model with discrete parcel method[A]. *Ice in Surface Water*[C]. Shen (Edited) Balkema, Rotterdam, 1998, 313-320.

www.cnki.net