

颗粒滚动-滑动转换机制及摩擦系数的试验研究

孙珊珊, 苏 勇, 季顺迎

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023)

摘 要: 颗粒间的滑动、滚动摩擦对其微观、宏观动力特性有很大的影响。在颗粒流体动力学研究中, 对颗粒介质的滑动摩擦已有深刻的认识, 而对滚动摩擦及其与滑动摩擦间相互关系的研究还需进一步深入。滚动摩擦的影响因素较多, 且作用机理复杂, 至今没有形成统一的理论。通过颗粒滑动-滚动摩擦试验, 分析了颗粒表面粗糙度和形状对颗粒摩擦力的影响, 初步研究了颗粒滚动-滑动摩擦的转化机制。试验结果表明: 颗粒在不同的粗糙度和不规则形态影响下表现出滑动或滚动的不同运动形式, 并呈现出一定的转化特性。该试验还进一步测定了颗粒滑动、滚动摩擦系数, 定性地分析了颗粒的表面粗糙度和几何形态对它们的影响。

关 键 词: 颗粒物质; 滚动摩擦; 滑动摩擦; 转化机制; 力学试验

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Experimental study of rolling-sliding transition and friction coefficients of particles

SUN Shan-shan, SU Yong, JI Shun-ying

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: The rolling-sliding friction is important to the dynamics of granular materials on micro and macro scales. In the granular flow dynamics, the sliding friction has been investigated well, but the mechanism of rolling friction is paid less attention before. The rolling friction is influenced by many factors, and there is no unified theory to describe the rolling friction. The experiment for friction coefficients under the influences of normal loads, roughness of contact surfaces, particle shapes has been carried out; and the transition mechanism of the rolling-sliding friction is studied. It is shown that the particle performs sliding when the particle shape is quite irregular and the contact surface is too smooth; otherwise, the particle performs rolling. Moreover, the sliding friction coefficient and rolling friction coefficient are measured under various particle shapes and surface roughnesses.

Key words: granular material; rolling friction; sliding friction; transition mechanism; mechanical experiment

1 引 言

颗粒介质是人类生产生活中常见的一种物质组态, 其离散的特性导致它表现出一些不同与一般固体、液体、气体的独特性质^[1-3]。对颗粒物质的深入认识可以优化颗粒材料的生产、运输过程, 减少不必要的浪费; 提高人类对许多属于颗粒介质的自然灾害如滑坡、泥石流的预报和调控等。然而, 对颗粒介质的研究还处于初级阶段, 许多关键技术的发展还不成熟, 需要对其进行深入研究^[3-4]。

颗粒介质内部粒子间的微观作用力决定了颗粒介质的宏观特性, 从微观尺度对颗粒进行深入研究是全面认识颗粒介质的有效手段。颗粒介质与一般的连续介质不同, 颗粒元间只在接触点处有相互作用力, 对颗粒介质微观的研究主要是研究颗粒间的接触模型^[5-14]。摩擦力是颗粒接触间的主要作用力, 包括滑动摩擦和滚动摩擦。滚动摩擦与滑动摩擦产生的机理类似, 当接触物体间发生相对转动或有相对转动趋势时, 在接触面间产生的阻止相对转动的阻力矩即为滚动摩擦力矩。滚动摩擦对颗粒介质宏

收稿日期: 2009-05-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(No.10772041, 50808027); 教育部新世纪优秀人才资助计划项目(No.2009-7)。

第一作者简介: 孙珊珊, 女, 1983, 博士生, 主要从事离散单元方法研究。

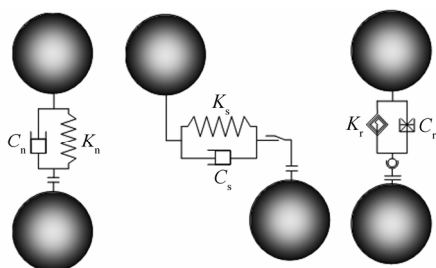
通信作者简介: 季顺迎, 男, 1972, 副教授, 主要从事离散介质力学及其工程方面的研究。 E-mail: jisy@dlut.edu.cn

观力学行为有重要的影响, 目前已有许多学者对滚动摩擦进行研究。在颗粒离散元模拟中考虑到滚动摩擦的影响对离散单元法进行改进, 这种改进对圆形颗粒因易滚动而引起偏离实际的情况有明显的改善, 使数值模拟结果和实验结果更加吻合^[8-10,15-16]。

由于滚动摩擦作用机理复杂, 影响因素多^[5-13], 对滚动摩擦的研究至今还没有统一的结论, 已建立的理论还需要进一步验证, 有必要对其进行深入研究。在不同的滚动摩擦和滑动摩擦影响下, 颗粒分别表现为滚动或滑动, 并在一定的条件下发生滚动-滑动摩擦转换。对滚动-滑动摩擦转换机制的研究能更好的解释颗粒介质的宏观动力特性, 本文将在研究颗粒表面摩擦力的基础上对该转换机制进行讨论。

2 颗粒介质摩擦接触模型

颗粒间真实的作用力模型非常复杂, 为应用方便对其接触模型进行合理的简化很有必要。目前, 颗粒间的接触模型有多种, 其中应用较多的是考虑弹性力和粘滞力的线性或非线性接触模型^[9-12,17-18]。在此基础上, 本文采用的模型是用弹簧、粘壶、耦合器和滑动器来模拟表示接触间各个方向的作用力, 如图 1 所示。



a. 法向接触 b. 切向接触 c. 滚动接触

图 1 颗粒的接触模型

Fig.1 Contact model of particles

2.1 接触间的滑动摩擦和滚动摩擦

基于图 1 对滑动接触的描述, 接触间的滑动摩擦力按下式计算:

$$F_s = -\text{sign}(x_s) \min(|K_s x_s - C_s \dot{x}_s|, \mu_c F_N) \quad (1)$$

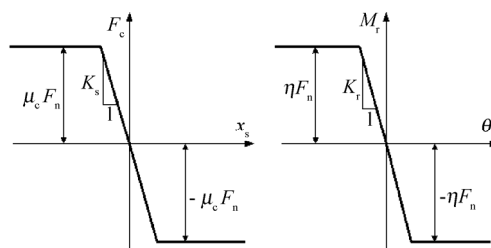
式中: F_s 为颗粒接触间的滑动摩擦力; F_N 为法向接触力; K_s 为颗粒接触间的切向刚度; C_s 为切向粘性系数; x_s 为两接触面间的切向相对位移; $\dot{x}_s$ 是 x_s 对时间的变化率; μ_c 为滑动摩擦系数。

与滑动摩擦类似, 滚动摩擦的计算公式为

$$M_r = -\text{sign}(\theta_r) \min(|K_r \theta_r - C_r \dot{\theta}_r|, \eta F_N) \quad (2)$$

式中: M_r 为颗粒接触间的滚动摩擦力矩; K_r 为转动刚度; C_r 为转动粘性系数; θ_r 为接触面间的相对转动角度; $\dot{\theta}_r$ 为 θ_r 对时间的变化率; η 为滚动摩擦系数。

当不考虑接触间粘滞力的影响时, 滑动摩擦 F_s 和相对切向位移 x_s 间的关系和滚动摩擦力矩 M_r 与相对转动角 θ_r 间的关系示意图如 2(a)、(b)所示, 两种摩擦力曲线的形状相似, 当颗粒发生相对运动时, 摩擦力分别按斜率 K_s 、 K_r 随着相对位移的增加而增加, 增加到动摩擦的大小时, 摩擦力将保持为动摩擦的大小即 $F_s = \mu_c F_N$, 此时接触面间发生滑动或滚动。实际上, 发生相对运动的物体间的摩擦力分为静摩擦力、启动摩擦力和动摩擦力三个阶段, 一般情况下启动摩擦力比动摩擦力大, 此处我们忽略了启动摩擦阶段。



(a) 滑动摩擦

(b) 滚动摩擦

图 2 滑动和滚动摩擦计算中摩擦力和相对位移的对应关系

Fig.2 Relationship between friction and relative displacement in calculations of sliding and rolling friction

2.2 弹性滞后对滚动摩擦的影响

滚动体在压力作用下向前滚动时, 沿滚动方向上接触面被反覆的加载和卸载, 此时接触面上的应力-应变曲线如图 3 所示。荷载增加时应力所产生的变形量小于荷载减小时所对应的变形量, 因此形成了一个弹性滞效环。而弹性滞效环所包围的面积代

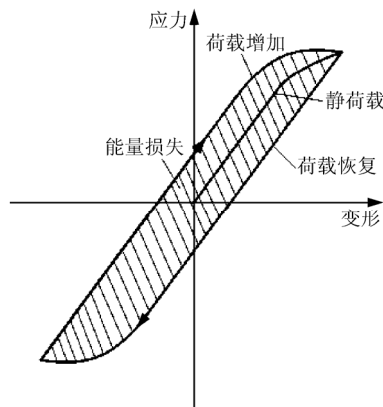


图 3 弹性材料的弹性滞效环

Fig.3 The elastic hysteresis of elastic materials

表示了此种循环的能量损失。弹性滞效损失使法向力产生不对称分布, 因此使法向力在接触面上产生了力偶 $F_n \cdot \eta^0$ 。这是滚动摩擦产生的主要原因^[6-7,12,19], 如图 4 所示。

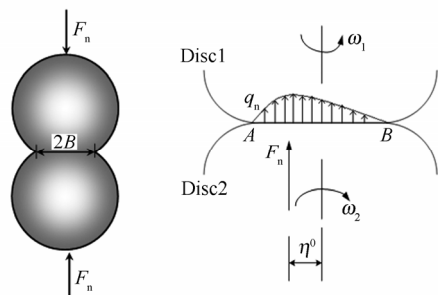


图 4 法向力的不对称分布引起滚动摩擦

Fig.4 Rolling friction induced by asymmetric distribution of normal load

2.3 粗糙度和颗粒不规则度对滚动摩擦的影响

接触面的粗糙度和颗粒形状不规则度也会对滚动摩擦产生影响。一个半径为 R , 圆心为 A 的刚性球与具有一定粗糙程度的平面接触于 B 、 C 两点, 其中 C 点比 B 点高 h , C 点到铅垂线 AB 的距离为 l , 如图 5(a)所示。施加外力矩使颗粒从静止开始绕 C 点发生滚动, 外力矩需克服由于接触面粗糙度所造成的力矩 $F_N^B \cdot l$ 。图 5(b)为一形状不规则的颗粒, 与平滑的边界接触于 EF 面, 法向力的合力过接触面的 G 点, G 点到 F 点和 E 点的距离分别是 a 和 b , 对颗粒施加外力偶矩使颗粒绕 F 点发生滚动, 此时外力矩需要克服由于形状不规则度所引起的力矩 $F_N \cdot a$ 。

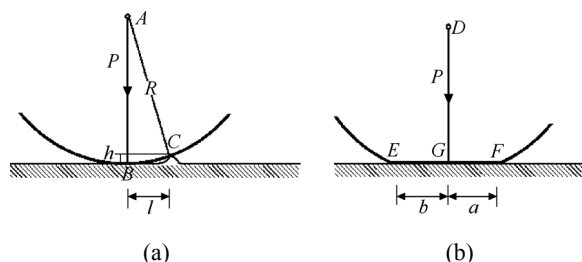


图 5 表面粗糙度和颗粒形状不规则度对滚动摩擦的影响

Fig.5 The influence of surface roughness and irregular shape of particle on rolling friction

此外接触面内的滑动和粘滞力等因素对滚动摩擦也有影响^[5,14,20], 因此式(2)中的滚动摩擦系数 η 是由多种因素共同确定的, 本文将采用试验的方法确定 η 的大小。

3 试验装置及试验过程

为测试颗粒表面作用力, 本文研制了一套试验装置, 如图 6 所示。在上滑板上放置不同质量的重

物, 给颗粒提供法向力。试验前先调整底座的水平度, 使试验台处于水平状态。调整上下滑板和拉绳的位置使拉绳给下滑板提供沿其中线方向的水平拉力。为使颗粒受到的法向力相等, 两滑板间的颗粒呈等边三角形排列。上滑板在颗粒的支撑下保持平衡, 其左端与力传感器相连。准备完成后缓慢施加拉力, 颗粒由于受到下滑板对其作用的切向力从静止开始运动。上滑板在水平方向上受到颗粒上接触面的滑动摩擦力和力传感器对其水平位移的约束力, 整个试验过程颗粒均处于准静态平衡状态。

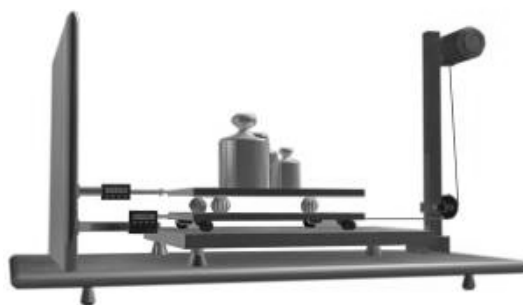


图 6 颗粒滑动-滚动摩擦的试验装置示意图

Fig.6 Sketch map of experimental device for sliding-rolling friction of particle.

试验用的颗粒是直径为 19.0 mm, 密度为 883.6 kg/m³ 的球形聚甲醛树酯颗粒。为研究颗粒的形状不规则度对颗粒表面作用力的影响, 沿垂直颗粒轴线的平面对颗粒进行切削, 如图 7 所示。原始颗粒是直径为 D 的规则球体, 被切削的轴向高度为 H_2 , 切削面的直径为 d 。定义被削小球的形状不规则度指标: $\alpha = H_2 / D$, α 越大颗粒的形状越不规则。试验中分别取 α 为 0.0、0.006、0.0017、0.027、0.038、0.046、0.056 共 7 组, 每组由 3 个颗粒组成。试验中取不同粗糙度的接触面 6 组, 用接触面粗糙度指标 β 表示。 β 由 1~6 分别代表玻璃面、钢板、和型号分别为 320、180、80、40 的砂纸。调节上滑板上重物的质量给颗粒施加不同的法向力, 试验中分别取法向力为 23.46、33.26、43.06、62.66、72.46、82.26、101.86、121.46 N。

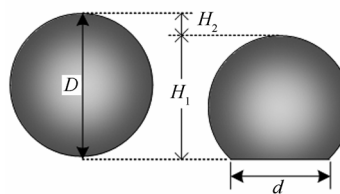


图 7 形状不规则度的定义

Fig.7 Definition of irregular index of particle shapes

图 8 为试验中颗粒的受力示意图, 这里, F_{S1} 、 F_{S2} 是颗粒上、下接触面所受到的滑动摩擦力的大小; M_{r1} 、 M_{r2} 分别为颗粒与上下两接触面的滚动摩擦力矩。在逐渐增加的切向力作用下, 初始时颗粒在两个滚动摩擦力矩和上下两接触面滑动摩擦力的作用下处于准静态平衡, 随着外力的增加, 颗粒从静止开始运动。试验过程中, 控制拉力的增量, 使颗粒在逐渐增加的切向力作用下处于准静态平衡, 直到发生运动。忽略颗粒质量, 认为颗粒上下接触面的法向力相同。

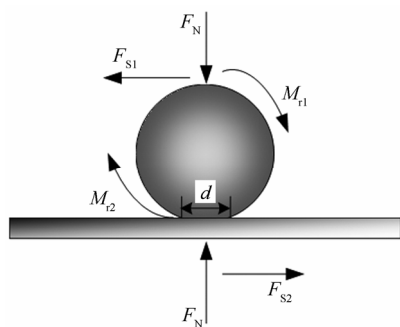


图 8 试验中颗粒受力分析

Fig.8 Analysis of external force on particle in physical test

当颗粒处于静止状态或发生运动的临界状态时, 由力的平衡方程可得到 $F_{S1} = F_{S2} = F_S$; 当颗粒为规则球体, 即 $\alpha = 0.0$ 时, 由于上下表面的接触条件相同, 于是有 $M_{r1} = M_{r2}$, 结合颗粒的准静态平衡方程和式 (2), 可得滚动摩擦系数的计算公式为

$$\eta = \frac{F_S D}{2F_N} \quad (3)$$

当 $d \neq 0$ 时, $M_{r1} \neq M_{r2}$, 切削面的滚动摩擦系数按下式计算:

$$\eta = \frac{F_S H_1}{F_N} - \eta^0 \quad (4)$$

式中: η^0 为未被切削颗粒的表面滚动摩擦系数, 由 $\alpha = 0$ 的颗粒在相同的试验条件下得到; H_1 为颗粒短轴的长度。

4 试验结果分析

试验过程中逐渐增加拉力使颗粒从静止开始运动。图 9 为试验中, 颗粒作用于上滑板的滑动摩擦力与时间的关系曲线。处于静止状态的颗粒, 在逐渐增加的切向力作用下, 颗粒与上接触面间的静滑动摩擦不断增加, 直到颗粒发生运动。试验过程中切向力有一个峰值, 该峰值是颗粒从静止开始运动的瞬间, 颗粒与上接触面的滑动摩擦力。本文通过研究颗粒开始运动的瞬间, 由颗粒的受力平衡方程,

得到颗粒表面摩擦力的大小。不同条件下, 颗粒发生滑动或滚动, 对试验过程进行视频记录, 以准确判别颗粒的运动形式。

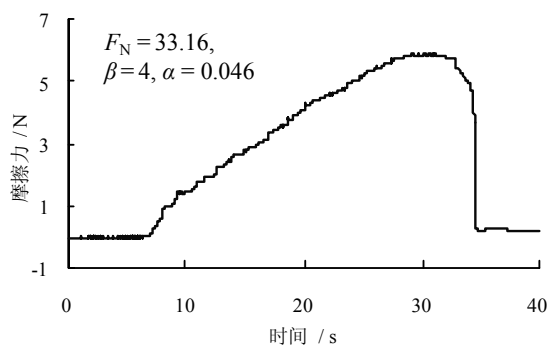
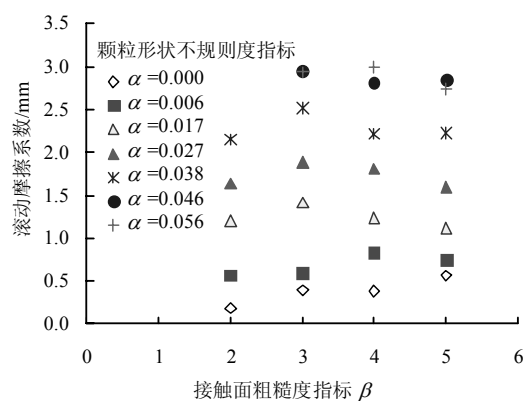


图 9 试验中颗粒摩擦力与时间的关系

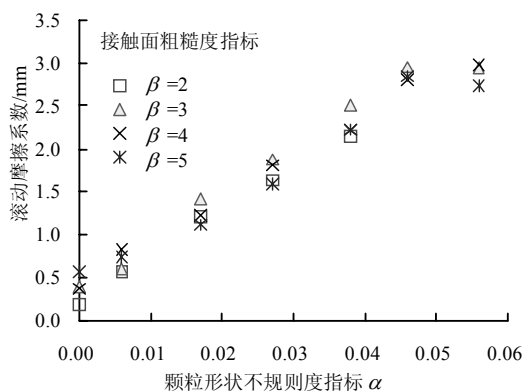
Fig.9 Friction force vs. time in a physical experiment

4.1 粗糙度和颗粒形状对滚动摩擦的影响

首先考察接触面粗糙度对摩擦力的影响。对颗粒施加 33.26 N 的法向荷载, 对不同的形状不规则度和粗糙度进行分组试验。图 10 描述了颗粒发生滚动时由式 (3)、(4) 计算得到不同的试验条件下, 颗粒表面滚动摩擦系数的大小。



(a) η 与接触面粗糙度的关系



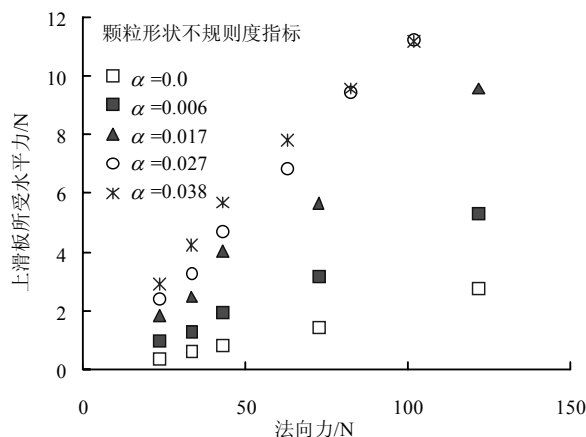
(b) η 与颗粒形状不规则度的关系

图 10 接触面粗糙度和颗粒形状对滚动摩擦系数的影响
Fig.10 Influences of surface roughness and particle shape on rolling friction coefficient

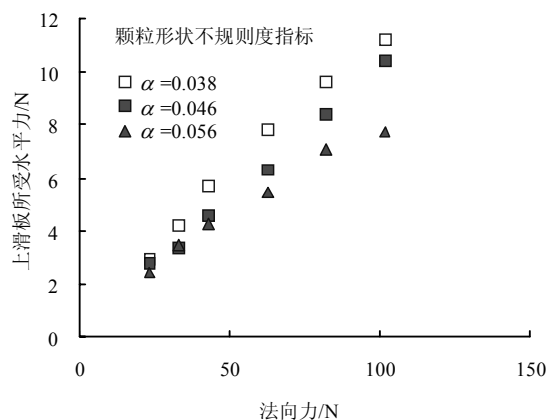
如图 10 (a) 所示, 当颗粒为规则球形颗粒时, η 随着接触面粗糙度的增加有递增的趋势, 随着颗粒形状不规则度的增加, η 的大小与表面粗糙度的相关性减弱。从图 10 (b) 可以知道当 $\alpha \leq 0.045$ 时, 随着形状不规则的增长 η 也迅速增加, 且大致符合线性增长关系; 而当 $\alpha \geq 0.45$ 时, 形状不规则与 η 间的关系已不能用简单的线性关系描述。且图 10 (b) 中各组试验曲线具有一定的偏离度, 说明了不同的接触面粗糙度对 η 也有影响。

4.2 法向力和颗粒形状对滚动-滑动摩擦的影响

在不同的法向力和形状不规则度的影响下, 使颗粒从静止开始运动所需切向力的大小亦有所不同。图 11 为接触面是钢板 ($\beta=2$) 时, 对不同形态的颗粒在不同的法向力作用下, 测得的颗粒在临界运动的准静态状态情况下, 上接触面所受到的滑动摩擦力。按颗粒发生运动后的运动形式将试验分为滚动和滑动两组, 如图 11 (a)、(b) 所示。



(a) 颗粒发生滚动时的测试结果



(b) 颗粒发生滑动时的测试结果

图 11 颗粒形状和法向力对摩擦力的影响

Fig.11 Influence of particle shape and normal load on particle friction coefficient

当颗粒发生滚动时, 颗粒表面的滑动摩擦力随

着颗粒形状不规则度的增加而增加。其主要原因是不规则度的增加使颗粒发生滚动愈加困难, 因此所需要的切向拉力增大。当不规则度继续增加到 $\alpha > 0.038$ 时, 颗粒的运动形式从滚动到滑动发生转换。产生这种现象的原因是: 颗粒不规则度的增加使颗粒表面的滚动摩擦系数增加, 使颗粒发生滚动所需要的切向力增大, 当外部切向力首先达到接触面最大启动滑动摩擦时, 颗粒便发生滑动表现出转化特性。当颗粒的运动形式为滑动时, 继续增加颗粒形状不规则度, 颗粒发生滑动时上盖板所受的切向力逐渐减小, 由此可见增加颗粒形状不规则度可使颗粒接触面的滑动摩擦系数减小。

图 12 描述了颗粒发生滚动时, 颗粒表面的滚动摩擦系数 η 与法向力和形状不规则度的关系, 随着法向力的增加, 当颗粒形状较规则时 ($\alpha < 0.01$), η 几乎与法向力无关, 此时可以认为 η 是与法向力无关的常数。当颗粒为规则球体时, 颗粒表面的滚动摩擦系数为 0.17 mm, 当颗粒不规则度指标 $\alpha = 0.017$ 时滚动摩擦系数为 1.3 mm, 两种不同的形状不规则度使滚动摩擦系数增加了将近 7 倍。由此可见 η 对颗粒形状不规则度的变化较敏感, 颗粒形状不规则度对滚动摩擦影响很大。继续增加颗粒的形状不规则度, 当 $\alpha > 0.017$ 时, 在不同的法向力作用下, η 发生变化, 表明当颗粒较不规则时 η 与法向力有一定的关联。

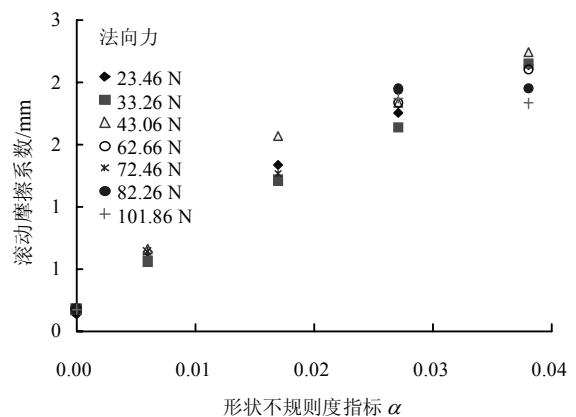


图 12 颗粒表面滚动摩擦系数与法向力的关系

Fig.12 Relationship between rolling friction coefficient and normal load

4.3 粗糙度、形状不规则度和法向力对颗粒运动形式的影响

不同的试验条件下颗粒发生不同的运动形式, 并表现出一定的规律。按颗粒运动形式的不同将试验区域分为滚动区和滑动区两部分, 运动形式与接触面粗糙度、颗粒形状不规则度和法向力的关系如图 13 所示。在恒定的法向力 $F_N = 33.26$ N 作用下,

对各组颗粒和接触面进行试验。试验结果显示, 当颗粒的形状较不规则, 接触面较平滑时, 颗粒表现为易滑动; 当颗粒形状较规则时颗粒表现为易滚动。在滚动-滑动区域的分界线周围, 颗粒的运动形式具有不确定性, 甚至出现滚动-滑动共存的现象(三个颗粒有的发生滚动, 有的发生滑动), 并表现出一定的转化特性。此时颗粒的运动形式对试验条件的变化比较敏感。增加接触面的粗糙度使颗粒趋于易滚动, 增加颗粒的形状不规则度使颗粒趋于易滑动。基于以上所述, 这种现象说明了颗粒的运动形式受到滑动摩擦和滚动摩擦的控制。

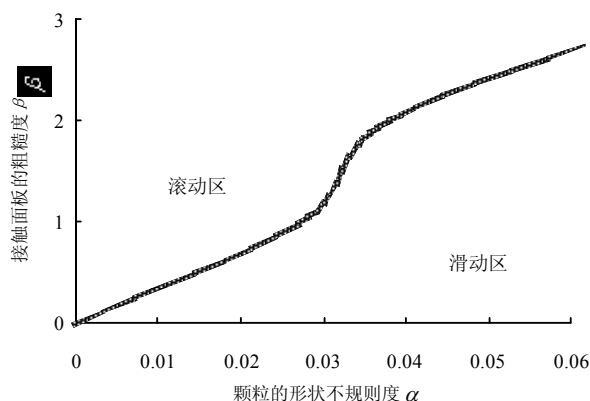


图 13 颗粒的滑动-滚动摩擦转化特性

Fig.13 The transition properties of particle sliding-rolling friction.

5 结 论

接触面粗糙度与颗粒形状不规则度对接触间摩擦力有重要的影响, 在不同的条件下颗粒发生滚动-滑动转换并有一定的规律。综合分析试验结果得到, 颗粒表面的滚动摩擦系数与法向力具有相关性, 当颗粒较规则且法向力较小时, 两者的相关性较弱, 此时可以近似的认为滚动摩擦系数与法向力无关。几何形状不规则的颗粒将有较大的滚动摩擦系数。接触面粗糙度是颗粒表面滑动摩擦力的主要影响因素, 且其对滚动摩擦也有一定的影响。颗粒间滑动摩擦和滚动摩擦控制了接触间发生不同的相对运动, 并表现出一定的转化特性。对颗粒接触面间摩擦力的试验研究, 为建立全面的接触模型奠定基础。下一步将对不同材料、不同尺寸的颗粒进行试验研究, 得到颗粒表面的摩擦力与法向力、形状不规则度、粗糙度和颗粒的材料性质等因素间更一般的规律。

参 考 文 献

[1] SHI Q F, YAN X Q, HOU M Y, et al. Experimental study

of segregation patterns in binary granular mixtures under vertical vibration[J]. **Chinese Science Bulletin**, 2003, 48(7): 627—627.

- [2] 季顺迎. 非均匀颗粒介质的类固-液相变行为及其本构模型[J]. **力学学报**, 2007, 39(2): 223—237.
- [3] GENNES P G. Granular matter: A tentative view[J]. **Reviews of Modern Physics**, 1999, 71(2): 374—382.
- [4] 孙其诚, 王光谦. 颗粒物质力学导论[M]. 2009, 北京: 科学出版社.
- [5] 松原清著; 李明怀译. 摩擦学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1987.
- [6] TORDESILLAS A, WALSH D C S. Incorporating rolling resistance and contact anisotropy in micromechanical models of granular media[J]. **Powder Technology**, 2002, 124: 106—111.
- [7] 王等明, 周又和. 颗粒物质局部变形的离散元模拟[J]. **中国科学(G 辑)**, 2008, 38(6): 692—703.
- [8] JIANG M J, YU H S, HARRIS D. A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32: 340—357.
- [9] IWASHITA K, ODA M. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DE[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1998, 124(3): 285—292.
- [10] IWASHITA K, ODA M. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method[J]. **Powder Technology**, 2000, 109: 192—205.
- [11] JI S, SHEN H, ASCE M. Effect of contact models on granular flow dynamics[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, 2006, 132 (11): 1252—1259.
- [12] ZHU H P, YU A B. A theoretical analysis of the force models in discrete element method[J]. **Powder Technology**, 2006, 161: 122—129.
- [13] JOHNSON K L. Contact mechanics[M]. Cambridge Cambridge University Press, 1985.
- [14] BHUSHAN B. Introduction to tribology[M]. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [15] ZHANG J, YU X, CHU L. Experimental study of planar bearing rolling friction[J]. **Journal of Anhui University of Technology**, 2005, 22(2): 166—168.
- [16] 徐泳, 孙其诚, 张凌, 等. 颗粒离散元法研究进展[J]. **力学进展**, 2003, 33(2): 251—260.
- [17] JI S, SHEN H H. Internal parameters and regime map for soft polydispersed granular materials[J]. **Journal of Rheology**, 2008, 52(1): 87—103.
- [18] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. **Geotechnique**, 1979, 29(1): 47—65.
- [19] THORNTON C, ZHANG L. Numerical simulation of the direct shear test[J]. **Chemical Engineering & Technology**, 2003, 26(2): 153—156.
- [20] BRILLIANTOV N V, POSCHEL T. Rolling friction of a viscous sphere on a hard plane[J]. **Europhysics Letters**, 1998, 42(5): 511—516.