

岩土类颗粒物质宏-细观力学研究进展*

孙其诚^{1,†} 程晓辉² 季顺迎³ 金峰¹

¹ 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084

² 清华大学土木工程系, 北京 100084

³ 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023

摘要 岩土类颗粒物质在自然界、工程建设以及日常生活中普遍存在, 其运动特性的研究在力学界已经开展了几十年. 在近 20 年开展的一系列小尺寸物理实验中, 颗粒物质表现出许多新奇现象, 人们从物理角度开展了系统研究, 在统计力学中, 颗粒固体的流体动力学等理论研究以及实验检测技术等方面都取得突破性进展, 深刻地揭示了颗粒材料的物理机制, 促使力学界对颗粒物质研究中原有的概念、假设、模型和理论进行重新认识. 本文主要介绍颗粒物质的细观结构特点, 以 Rowe 应力剪胀关系为例的宏-细观研究思路, 非线性、非弹性本构关系的细观推导, 宏观强度与颗粒摩擦系数的关系, 尺寸效应和相似关系等基础问题, 介绍了岩土颗粒力学的新进展, 介绍了常用的实验量测手段. 基于我们的经验, 提出了今后需要加强的几个方面: 如分析颗粒离散元理论和计算细节; 开展理想实验来验证理论和计算结果; 结合迅速发展的高性能计算能力, 开展高科学置信度大规模计算. 目前, 岩土类颗粒物质的宏-细观研究尚处于起步阶段, 到达实际工程应用还有很长的路要走; 相关的工程技术要取得实质进展, 还需依赖颗粒物质等基础研究的突破.

关键词 颗粒物质, 多尺度结构, 岩土力学, 地质灾害

1 前言

颗粒物质是由大量离散颗粒组成的体系, 而岩土类颗粒物质指的是粗粒土、砂性土、干沙等, 也可推广到堆石体和堰塞体等等, 此时颗粒间的接触力是主要作用, 颗粒间互相咬合. 依据运动形态, 颗粒物质可分为颗粒气体、颗粒液体和颗粒固体, 在一定条件下会相互转化, 许多自然现象(雪崩、堰塞体和碎屑流等)和工程问题(砂土液化、高填方路基稳定性等)都与之有关^[1].

基于弹塑性力学理论, 人们发展了较多的颗粒体系宏观模型^[2-3], 没有一个能全面、正确表达其应力-应变关系的方程, 往往需要用不同模型处理复杂工程问题, 通过反复比较获得一些有用的结果. 多种不同模型共存是目前颗粒体系宏观理论的现状, 因此, 难以判断它们孰优孰劣(这被 Kolymbas 比喻为就像不能判断两个人谁比谁

更好, 即使有一个人是奥林匹克冠军^[4]). 例如, 砂土和黏土等岩土颗粒材料的亚塑性模型(hypoplasticity)是在 20 世纪 90 年代由原西德的 Karlsruhe 大学土力学教授 Gudenhus 等发展起来的, 与弹塑性(elasto plasticity)模型和超弹塑性(hyperelastoplasticity)模型不同, 亚塑性模型不用将总应变率区分为弹性和塑性部分, 也不再定义塑性屈服函数和塑性势函数(但亚塑性模型需定义破坏函数和条件)以及加卸载函数, 而是沿用了亚弹性模型的基本框架, 即建立应变率和应力率的数学关系, 然后通过对时间的积分得到总应力应变关系. 亚塑性模型是增量型应力应变关系, 应力应变率的切线模量是与当前应力状态有关的, 因而可以模拟非线性应力应变问题. 这些非线性应力应变问题既包括了单调加载条件下的非线性应力和应变关系, 也包括了加卸载条件下的不可恢复的应

收稿日期: 2010-11-12, 修回日期: 2011-02-25

* 国家重点基础研究发展规划项目(2010CB731502, 2010CB731504), 国家自然科学基金(50904036, 11034010), 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室自主项目(2008-ZY-6, 2010-TC-1)资助

† E-mail: qcsun@tsinghua.edu.cn

变问题,应该说,相比弹塑性或超弹塑性模型而言,亚弹塑性模型的优点是参数更容易由相关典型实验获取,针对性强;但缺点是数学模型结构复杂,普适性较差,同时有可能违反热力学基本原理。

宏观连续模型考虑无黏性颗粒材料微观结构和微观变形特点的研究一直没有间断过。这种颗粒材料的本构方程介于连续模型和微观力学之间,其利弊参半。该类称为微极 (micro-polar) 或 Cosserat 的模型主要是考虑颗粒的转动特点,考虑了质点位移除平动以外的转动分量,因而应变张量包含了转动张量和曲率张量,应力张量也随即包含了转动力偶张量,都成为不对称张量。这种模型往往引入一个特征长度,如颗粒的平均粒径,便可较好地模拟颗粒材料中的应变局部化的物理现象^[5]。虽然如此,随着岩土颗粒力学的实验和理论的不不断发展,这类模型仍需不断发展和完善。也许只有颗粒力学,才能最终从细观角度来阐明和判别包含微极理论在内的各类宏观模型的正确性和适用性。

本文并不对上述宏观模型或理论展开讨论,而把主要内容集中在理解颗粒体系内部的细观结构特征,及其与宏观特性的联系。从物质结构角度看,常见的所谓“连续物质”,比如水、空气等一般流体,以及晶体、金属等一般固体等,主要涉及微观分子电子运动和宏观运动两个空间层次,可直接采用统计物理或动理学等微观理论推导其热力学特征势和迁移系数表达式。然而,颗粒物质是以颗粒接触力为主要作用的多体系统,当所研究问题的尺度远大于颗粒粒径时,称为宏观尺度;除了构成颗粒的分子电子运动的微观尺度外,还多出一个以颗粒大小为特征长度的细观层次,包括颗粒个体,若干颗粒相关联而成的力链等。颗粒物质的研究主要集中在细观和宏观尺度上,需要对这两个尺度上的具体科学问题以及跨尺度关联开展研究,其中细观层次的运动特性极为复杂,在宏观层次上的表现形式比较陌生,对经典热力学和统计物理的直接应用提出了挑战^[6]。

细观层次的颗粒之间的相互作用一般是非弹性的,颗粒的运动不在局域平衡态下,其所携带的动能在相互作用时也会有微观分子运动的衰减或弛豫现象,并总是伴随熵的产生。特别需要指出的是,这个熵的产生为有限时间的过程。这使得我们不能将细观层次上的无序运动直接归结到热力学熵中,必须引入一个额外的类熵变量来反映其存在和演化。这就需要在热力学框架下,针对颗粒物

质的运动特性进行理论模型的扩展^[7]。另外,颗粒间的相互作用能(或者自身能量)远大于 $k_B T$,按照传统热力学观点,其颗粒温度 $T \sim 0$ K;颗粒物质并非保守体系,即使通过外加扰动引起颗粒运动,颗粒表面摩擦和非弹性碰撞也会导致能量的耗散。基于上述原因,颗粒物质是非各态历遍的,这破坏了构筑统计物理学的基础^[8]。尽管如此,一些物理学家相信颗粒系统仍然遵守统计力学的某些基本原则,它能够用少量参量进行比较确定性的描述,这就为将传统统计力学的思想推广到颗粒系统提供了可能,人们已经沿着这条思路进行了探索,并取得了一定成功,颗粒物质的统计力学研究可参考文献^[9-10]。

从力学角度看,颗粒体系表现出远比普通液体和弹性固体等一般材料体系更为复杂的力学行为。例如,颗粒固体中的力链分布,颗粒固体的强非线性性和不可逆力学响应、跨越固体和流体的类固-液转变行为、颗粒流体的流变性质、颗粒气体的团簇形成以及麦克斯韦妖等现象,基于连续体假定的现有理论无法很好地予以解释。

20世纪90年代初期,在诺贝尔物理学奖获得者 de Gennes 等物理学家的倡导下,颗粒物质的物理机制和力学特性引起了人们的注意。20年来,颗粒物质已经逐渐地发展成为物理学和力学的前沿,在颗粒固体的流体动力学 (granular solid hydrodynamics)、统计力学、堵塞相变等理论研究方面取得了突破性进展^[11-12]。在工程实践和地质灾害方面,人们采用宏观的力学理论解决了大量实际问题。然而,近10年来出现的新的工程需求以及新的地质灾害类型,促使人们去了解这些以前没有得到深刻认识,而又关系国计民生的颗粒体系^[13]。所有这些都是颗粒物质研究前进的推动力。

本文结合作者在颗粒物质研究中的相关工作,分析了颗粒物质宏-细观力学的基本特征,对若干关键基础问题进行了分析,阐述了其发展历程,说明了其中的科学问题;最后提出了颗粒物质研究需要加强的几个方面。

2 颗粒几何结构和力结构的各向异性

颗粒个体是相互离散的,颗粒体系的宏观变形和强度特性等主要取决于颗粒个体的空间排列及相互作用力。在承受外部荷载时,颗粒体系的演化过程在细观尺度上表现出两个方面的各向异性。一是几何结构,体现在由孔隙胞元组成的接触网络的几何形状上;另一个是力学结构,体现在

生成各向异性的力链网络结构, 并改变系统内的应力分布, 两者分别对应物理学中的结构位形和力位形. 如果结构位形和力位形不相同, 局部范围内的应力和应变分量也各不相等, 这种源自颗粒排列造成的各向异性称作固有各向异性 (intrinsic anisotropy). 图 1(a) 展示了在边界上施加各向同性的径向压应力, 并没有被颗粒均匀承担, 而是少数颗粒承担了大部分力, 颗粒间法向作用力大小按照威布尔分布或者指数分布, 形成了所谓的力

链, 有人则形象地称为应力局部化. 如果颗粒试样受到了非各向同性的载荷, 力链在局部范围内具有很强的方向性, 这种由于载荷的不同而产生的各向异性, 称作诱发各向异性 (induced anisotropy). 图 1(b) 展示了颗粒体系在直剪实验中力链网络的分布. 颗粒体系尽管受到了剪切力, 颗粒间更主要的是法向接触力, 其方向性明显, 与宏观主压应力方向基本一致.

对比诱发各向异性与固有各向异性可知, 诱

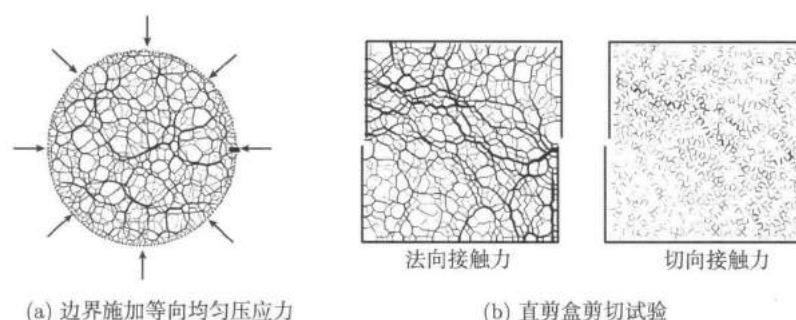


图 1 颗粒体系中应力各向异性分布

发的各向异性是载荷的函数, 并不是材料的本征性质, 而固有各向异性属于材料的纹理性质, 是与材料受力情况无关的本征性质. 对此开展深入的研究有助于理解颗粒物质的力学性质, 对重新认识岩土力学中的一些基本问题也有帮助, 例如, 有助于对应变局部化、液化和加载率相关等进一步洞察. 在经典岩土力学中没有体现各向异性的接触力链的概念, 取而代之的是作用在岩土体或岩土试样边界上的应力, 尤其是作为颗粒间相互作用力量度的有效应力.

从 20 世纪 20 年代起, 土力学研究人员对岩土颗粒材料的细观结构开始猜度, 尤其是为了解释

一些颗粒性岩土的特殊性质, 如液化等. Terzaghi 提出了砂粉土的“蜂窝”细观结构, 如图 2(a). 这种蜂窝结构是由于粉砂颗粒间有孔隙水存在, 在表面张力与颗粒重力相当时产生的. 该结构处于亚稳态, 在受到快速外加荷载或孔压变化时, 更容易失稳而液化. 粗粒土、沙子和碎石等易形成如图 2(b) 所示的空间结构, 此时颗粒间主要以接触力为主. 显然, 砂粉土的蜂窝结构更为松散, 孔隙更大, 而黏性土的细观结构尺度更小, 更难于探查. 随着光学岩相显微镜的不断发展, 黏土颗粒之间的接触形式, 可以归纳为扁平颗粒的面-面、面-边和边-边等 3 种组构方式, 如图 2(c) 所示.

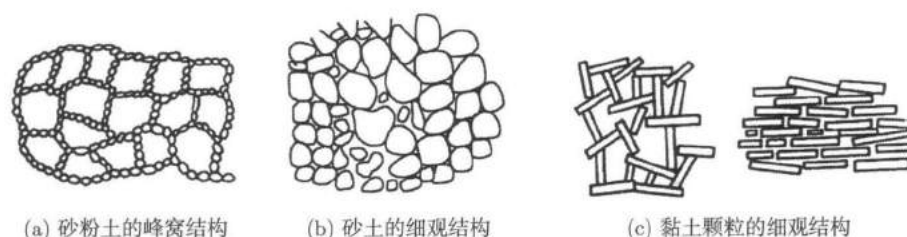


图 2 颗粒体系的细观结构示意图^[12]

近期的物理学研究表明, 颗粒体系的切向接触力网络、法向接触力网络和几何结构的演变存在内在的联系^[14]. 例如, 实施简单剪切的颗粒体系内部应力, 即使在稳恒阶段, 也会发生波动, 我

们认为, 颗粒间的接触断裂导致局部切向应力减少, 法向力则快速调整, 并支撑外载荷, 该过程则对应一个微小的应力下降. 通过自散射相关函数的分析表明, 局部的特征响应时间比外载荷变化

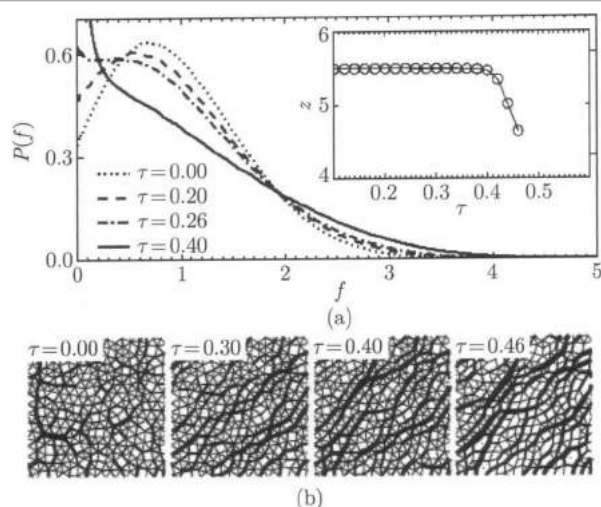


图 3 颗粒间接触力 f 的概率密度分布 $P(f)$ 和力网络的时间短得多, 特别是切向力网络的弛豫时间快于法向力网络的。但是, 如何理解和量化这些过程则是一个巨大的挑战。

自 20 世纪 70 年起, 人们发展了表征颗粒物质结构的参数, 如孔隙比、配位数和二阶组构张量等。分析表明, 这些参数不足以预测颗粒物质的力学响应, 在区别组构参数方面可通过四阶组构张量来进一步认识。从物理学角度, 描述颗粒体系细观结构的典型参量是对关联函数 $g(r)$ (pair-correlation function), 它是指分开距离在 r 和 $r + dr$ 之间的颗粒概率密度^[15]。研究表明, 在由直径为 a 的颗粒组成的单分散系统中, 对关联函数 $g(r)$ 在 $r = a$ 处出现一个 δ 函数峰, 而且在这个 δ 函数的高度 $g(r)$ 随 r 以幂函数规律衰减: $g(r) \propto (r - a)^{-0.5}$ 。通常认为这个按幂函数规律的衰减是几何位形边界稳定性的痕迹。当颗粒体系从固态转变为液态时, $g(r)$ 的第 2 个峰分裂成两个峰, 分别在 $r = \sqrt{3}a$ 和 $r = 2a$ 处。另一个反映颗粒体系力网络特征的典型量是颗粒间接触力与其平均值的比值 f , 其概率密度分布函数为 $P(f)$ 。相对于 $g(r)$, $P(f)$ 的测量有以下两个优点: 首先, 较小的多分散性会使 $g(r)$ 展宽, 但是 $P(f)$ 不受影响; 其次, 颗粒间隔发生很少的变化也使 $P(f)$ 产生很大的变化, 即 $P(f)$ 对颗粒的空间性关联非常敏感。考虑到上述因素, $P(f)$ 可以被看作一个观察最靠近邻居的位置关联的“显微镜”。研究表明, 颗粒体系类固-液转变存在一个明确的特征, 颗粒固体的 $P(f)$ 在强作用力下按指数规律衰减, 与颗粒间的相互作用势类型无关。这就是接触力的指数尾巴问题, 并可采用 q 模型和基于力系综的统计方法对该问题进行分析; 然而, 颗粒流体相的 $P(f)$ 则呈现一个比指数更快速的衰减。如

图 3 (a) 所示, 随着剪切应力的增大, 系统由固态向液态转变^[16]。在这个过程中, 颗粒系统的 $P(f)$ 从具有一个峰的分布逐渐演化到作为剪切应力函数的单调分布。由图 3(b) 可以看出, $P(f)$ 的形状也随着方向而改变。在颗粒体系类固-液转变过程中 $P(f)$ 形状的改变表明, 类固-液转变过程和力网络统计之间可能存在联系, 有必要发展一个用于统计力及其空间结构的理论框架。

3 Rowe 应力剪胀关系及颗粒滚动的影响

颗粒物质是由大量单元构成的多体系统, 这可以类比于由大量分子构成的热力学系统。如同热力学系统一样, 颗粒物质在一定条件下也展示出时空有序结构。例如, 沙漠中的有序波纹, 快速振动的薄层颗粒表面呈现的规则图样。这些有序结构的形成正是典型多体系统区别于少体系统的层展现象。这就需要对不同尺度上的具体科学问题以及跨尺度关联开展研究。

下面以 Rowe 应力剪胀关系为例, 说明从细观到宏观的跨尺度研究思路。20 世纪 60 年代, 英国曼彻斯特大学的 Rowe 和 Horne 等学者研究了颗粒材料剪切过程中, 剪胀性对剪切强度的影响, 并提出了著名的应力剪胀关系^[17-18]。Rowe 指出, 颗粒材料等非连续性材料在剪切破坏时, 滑裂面不再是光滑的平面, 在滑裂面上存在颗粒之间相互咬合的现象, 这是典型的细观-宏观研究的例子。从细观排列到宏观力学响应的分析, 我们认为需要依次解决如下 4 个问题:

(1) 在受力分析的基础上, 建立宏观应力张量和细观颗粒作用力的关系, 对应式 (1);

(2) 考虑代表单元的结构特性, 得到颗粒发生位移时需满足的变形协调性方程, 对应式 (2);

(3) 建立接触点力和位移关系, 即当实际摩擦角 ϕ 达到材料极限摩擦角 ϕ_u 时, 接触点发生相对滑移;

(4) 基于 (1), (2) 和 (3) 之间的联系, 将细观的颗粒接触力模型转化成宏观的应力-应变关系。

式 (1)~(3) 对应连续固体力学的三大方程, 不同的是, 把宏观应力和应变赋予了细观层次的颗粒作用力, 颗粒间接触位移以及颗粒的运动形式。这 3 个问题是颗粒物质多尺度研究需要着重解决的问题, 反映了通过细观分析建立宏观应力-应变关系的主要思路。对于图 4 所示的较为简单的二维等径颗粒体的规则排列, Rowe 给出了双轴加载

情况下的静态颗粒体系受力分析. 对于规则排列, 其力学特性可通过分析代表性单元 (如图中阴影区域所示) 来展开讨论. 记其竖直方向和水平方向的长度分别为 l_1 和 l_2 , 定义 $\alpha = \arctan(l_1/l_2)$ 以描述周期性结构的几何特征, β 表示接触点发生滑动时的角度. 竖直方向 σ_{11} 为大主应力方向, 水平方向 σ_{22} 为小主应力方向.

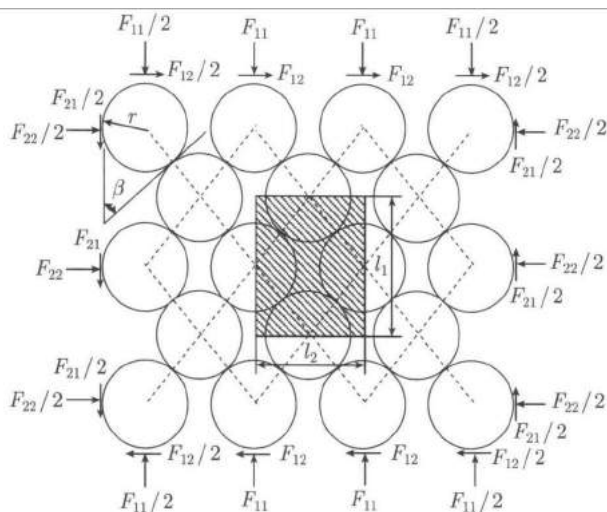


图 4 二维等径颗粒体系的规则排列

在均匀应力的双轴加载作用下, 边界上的应力表现为单个颗粒承担的集中力. 对于给定的双轴加载作用, $\sigma_{12} = \sigma_{21} = 0$, 因此, $F_{12} = F_{21} = 0$. 由力平衡可知, 作用在代表性单元上的 F_{11} 与 F_{22} 需满足

$$\frac{F_{11}}{F_{22}} = \frac{\sigma_{11}l_2}{\sigma_{22}l_1} = \tan(\phi + \beta) \quad (1)$$

式中, ϕ 为接触力与接触法线的角度, 称为实际摩擦角. 对于静态的颗粒体系, 颗粒的接触力和力矩平衡. 颗粒表面的摩擦提高了颗粒体系在承受外荷载时保持稳定的能力. 如果颗粒表面光滑, 只有当合力与接触面垂直时颗粒才能保持稳定; 如果颗粒表面粗糙, 只要外力落在摩擦锥范围之内, 颗粒都能保持稳定, 锥角 ϕ_u 的大小由摩擦系数 $\mu = \tan\phi_u$ 确定, 因此 $|\phi| \leq \phi_u$. 在施加的偏应力使 ϕ 逐渐增加到极限值 ϕ_u 的过程中, α 和 β 不改变, 则内部结构不改变, 一直持续到竖向两个颗粒相接触, 细观结构将重新排列. 一旦 $\phi \geq \phi_u$, 颗粒发生相对滑动, 代表性单元周期性结构形状发生改变, 产生新的力链. 那么, 水平和竖直方向的位移满足

$$\frac{\epsilon_{22}l_2}{\epsilon_{11}l_1} = -\tan\beta \quad (2)$$

则体积 V 的变化为

$$-\frac{dV}{V\epsilon_1} = 1 - \tan\alpha \tan\beta \quad (3)$$

Rowe 推导得到被广泛应用的应力剪胀性方程, 即

$$\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{22}(1 + dV/V\epsilon_1)} = \tan^2\left(45 + \frac{\phi_u}{2}\right) \quad (4)$$

Rowe 应力剪胀关系实质是建立了颗粒间摩擦系数 ($\mu = \tan\phi_u$) 和剪胀性、宏观剪切强度的关系, 这是对土力学抗剪强度理论的最大贡献. 对于无黏性颗粒材料, 决定其应力宏观强度的最重要颗粒参数是摩擦系数. 它是材料的物理属性, 取决于颗粒的材料性质、颗粒表面粗糙度和颗粒受力大小等. 然而, 这个指标在实验室测试有较大的难度. 例如, 如何对两个很小的颗粒进行相对摩擦试验来测得 μ , 如何测试颗粒的表面物理化学性质的影响等. 不同的试验方法得到的结果不同, 对于非黏土颗粒材料, ϕ_u 一般小于 45° .

在 Rowe 应力剪胀关系中, 假定无黏性颗粒材料的宏观剪切强度主要是由颗粒间的相对滑动控制, 则宏观摩擦角的大小仅由颗粒间摩擦角决定, 且两者基本呈正相关趋势, 亦即宏观抗剪强度随着颗粒间摩擦系数的增大而不断增大. 该关系得到了大量密实状态颗粒材料三轴压缩试验结果的验证, 但也存在一定的局限性. 我们知道, 颗粒内部的微观分子之间的 van der Waals 相互作用对于颗粒的宏观运动来说可以忽略, 并且对于实验室颗粒体系而言, 颗粒之间的万有引力相互作用也无关紧要, 接触力是颗粒间的主要作用, 属于在颗粒直径量级的短程相互作用. 大多数接触都是非对心接触, 导致颗粒之间是非对心相互作用. 切向摩擦力具有很强的非线性特性, 并使得颗粒旋转. 而 Rowe 公式并没有考虑颗粒滚动的影响, 导致在以滚动破坏为主的体系中, Rowe 公式所得结果与实验结果差别较大. 目前, 对滑动摩擦已有深刻的认识, 而对滚动摩擦以及滚动-滑动摩擦转换机制的认识还很不足. 一般而言, 滚动摩擦与滑动摩擦的机理类似, 当接触物体间发生相对滚动或有相对滚动趋势时, 在接触面间产生阻止相对转动的滚动摩擦力矩, 对颗粒物质宏观力学行为有重要的影响, 例如, 对颗粒体系的峰值强度起着控制作用, 导致较大的体积膨胀等.

Skinner^[19] 利用玻璃珠进行直剪盒试验, 发现增大颗粒间摩擦, 玻璃珠集合体的宏观剪切强度并没有像式 (4) 所期望的那样几近线性增大. 他将

这种非比例的相似关系归咎于玻璃珠的滚动,然而这仅限于猜测,没有实验观察依据. Oda 等^[20]利用聚氨酯橡胶进行光弹性双轴试验,颗粒间摩擦角从 26° 增大到 52°,但颗粒材料宏观峰值强度仍没有多大变化. 他通过试验也猜测,此时颗粒滚动成为颗粒运动的主要形式. 最近, Davy 等^[21]利用钢珠进行三轴试验, Suiker 等^[22], Krut 和 Rothenburg^[23], Thornton^[24] 的数值试验也表明,颗粒材料宏观剪切强度和颗粒间摩擦之间存在这种非比例关系,即, μ 较小时,剪切强度随着 μ 近似线性增大; μ 较大时,剪切强度基本不随着 μ 变化. Suiker 等^[22] 和 Thornton^[24] 也认为应该用颗粒滚动来解释这一现象, Krut 和 Rothenburg^[23] 则认为对该现象的解释还不清楚.

对颗粒滚动的实验测定难度很大,即使采用立体摄影测量及 PIV (particle image velocimetry) 等测量技术,也很难观测其微观力学过程. 基于传统离散元法数值模拟得到的微观结构与天然砂试样有很大不同,模拟得到的颗粒试样的内部摩擦值偏小,产生这种差别的原因是现有接触模型没有很好地考虑颗粒滚动. 为防止颗粒的滚动,提高试样的强度,一些学者向试样中加入其他形状的颗粒,以期模拟结果能够更好地接近真实结果,但这种方法很难找到定量的物理依据. 颗粒间接触介面的力学行为非常复杂,如滑动摩擦机理、摩擦状态过渡、黏滑现象和滚动摩擦等许多问题尚未很好解决. 日本学者 Iwashita 和 Oda^[25] 提出了颗粒的抗滚动接触模型,亦即在接触点引入一对力偶来抵抗颗粒的滚动,其数值模拟结果显示剪切带内不仅有较大的空隙,且在沿剪切带边缘处颗粒滚动的梯度很大. 这些结果与室内试验所得到结果相似,说明了该抗滚动接触模型的可行性. 我国学者蒋明镜等^[26] 在 Iwashita 和 Oda 的抗滚动接触模型基础之上进一步发展了新的理论模型.

文献 [27-29] 采用 2D 和 3D 离散元方法,主要就砂土试样的宏观抗剪强度与颗粒间摩擦强度之间的关系,开展了大量数值研究. 结果证实:对于圆盘或圆球颗粒粒径或均匀分布或正态分布的颗粒试样 (2D 或 3D),不论是峰值强度还是临界强度,当颗粒间摩擦系数较小时,颗粒相对滑动是颗粒运动的主要形式,剪切强度随着颗粒间摩擦系数增大;但是当颗粒间摩擦系数较大时,颗粒相对滑动变得困难,颗粒间相对滚动较多,剪切强度不

再变化,从而导致了颗粒试样的抗剪强度的非比例相似关系. 此外,我们还分析了干砂土无侧限双轴试验的应力应变行为,定性地研究了影响颗粒材料强度的参数 (见表 1 和表 2).

表 1 颗粒力学参数与砂土表现参数

砂土的表现参数		颗粒力学参数	
ϕ_{crit}	临界状态摩擦角	ϕ_{gg}	颗粒的摩擦角
μ	$\mu = \tan \phi_{crit}$	μ_{gg}	颗粒的摩擦系数
ϕ_{peak}	峰值摩擦角	k_n	颗粒的法向刚度
ϕ_{ccs}	特征应力摩擦角	k_s	颗粒的剪切刚度
ψ_{max}	剪胀角	G_{gg}	颗粒的剪切模量
G	1/2 峰值强度时的割线剪切模量	V_{gg}	颗粒密度
γ_c	容重	n_{2D}	平面孔隙率
D_r	相对密度	$n_{2d,max}$	最大平面孔隙率
n	孔隙率	$n_{2d,min}$	最小平面孔隙率
d_{50}	平均粒径	$\bar{R}$	平均粒径 (半径)
d_{60}/d_{10}	不均匀系数	r_{max}/r_{min}	最大最小粒径比

表 2 颗粒力学参数对砂土表现参数的影响

	ϕ_{crit}	ϕ_{peak}	ϕ_{ccs}	ψ_{max}	E_r	ε_p	D_r	n	γ_c	d_{50}	d_{60}/d_{10}
ϕ_{gg}	•	•	•	•	•						
k_n			○	○	•	•					
k_n/k_s			○	•	•	•					
n_{2D}		•	•	•	•	•	•	•	•		
$n_{2d,max}$							•				
$n_{2d,min}$							•				
ρ_{gg}									•		
$\bar{R}$		•			•					•	
r_{max}/r_{min}											•

注: • 表示影响较大; • 表示有一定影响; ○ 表示有影响,但规律不明确; 空白表示无影响.

4 应力和应变的细观推导

颗粒物质的力学本构关系中涉及的细观与宏观联系,特别是细观组构对宏观力学性能的影响,依然是目前研究的难点和重点. 岩土力学研究人员在大量实验观测和工程实践的基础上,提出了诸如砂土等颗粒体系的复杂本构方程,并应用于基于有限元、有限差分等数值模拟软件,解决了大量工程问题. 但是,基于颗粒体系应力应变关系以宏观尺度的经验总结为主,至今没有达成统一,尤其是进入非弹性、非线性阶段后,屈服准则和流动法则等的细观机理认识非常肤浅. 这主要是由于颗粒物质具有显著的离散性,体系内部形态不均匀,并会随着塑性的发展出现应变局部化等现象,非连续介质的特点尤为显著. 传统的研究方法

侧重于宏观尺度的现象观测和数值模拟, 无法反映颗粒体系细观结构及其变化对宏观应力应变关系的影响 [30].

由于颗粒物质的力学响应、塑性变形和破坏等均源自大量离散颗粒间的细观作用并表现出的宏观群体行为, 因此应该从细观结构层次上寻找宏观变形与破坏的机制. 这也是现阶段研究颗粒物质力学本构关系面临的主要问题. 当外界载荷发生变化时, 颗粒间作用力随之发生变化, 颗粒间可能发生相对位移, 造成体系内部结构的变化, 因此, 描述颗粒物质力学行为的关键物理量是力和位移, 同时建立宏观应力-颗粒接触力、宏观应变-颗粒位移之间的关系是进行多尺度研究的前提.

颗粒物质应力应变关系的研究要求每个细观单元既包括固相以进行受力分析, 又包括孔隙相以满足变形条件. 因此, Li 等 [31] 构建了固相胞元系统和孔隙胞元系统. 固相胞元系统根据颗粒物质格形化 (tessellation) 过程中固体单元的划分来构建. 首先, 一个孔隙单元被划分成四面体, 它的顶点是一个 Delaunay 边界的 3 个顶点和孔隙单元的中心. 孔隙四面体与各自具有相同 Delaunay 边界表面的固相单元连接, 形成固体胞元, 如图 5(a) 所示. 孔隙单元的空间被分配给与他们相邻的固体单元, 得到固相胞元系统. 每个固体胞元包含一个颗粒和与它相邻的孔隙空间. 力可以在固相内自由传递, 而变形发生在这些固体胞元边界的孔隙中. 固体颗粒满足力平衡条件, 而孔隙的存在使固体胞元使应变相容性成为可能. 类似地, 将固体单元划分成固体四面体, 其顶点是一个 Delaunay 边界表面的 3 个顶点和固体单元的中心, 然后将四面体分配到与四面体共有相同 Delaunay 边界表面的孔隙单元, 得到孔隙胞元系统, 如图 5(b) 所示. 一个孔隙胞元与它的孔隙单元具有相同的基本变形性质, 而固相的存在使得力能通过孔隙胞元边界在颗粒间连续传递. 孔隙单元边界的边是有效边, 这一点说明孔隙单元是一个能够在承受外载时, 保持静定的空间结构, 并且力只能沿着孔隙单元的边界进行传递. 因此, 每个孔隙胞元都是对材料内部结构进行分析的最小单元.

值得注意的是, 这样得到的对偶胞元系统是唯一的, 并且两者之间是相互关联的. 一个胞元系统可以由另一个胞元系统唯一确定, 是材料内部结构的等效描述. 用上述方法建立的完全体现接触信息的对偶胞元系统来描述颗粒物质的内部结

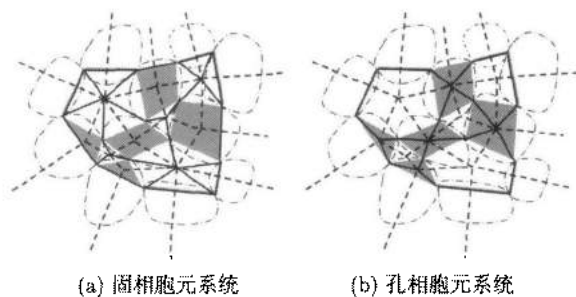


图 5 颗粒体系的对偶胞元系统

构, 并且建立固体、孔隙胞元与宏观体系之间的联系, 为建立能够反映颗粒体系细观结构的应力-应变关系奠定基础.

一般而言, 颗粒体系的应力可通过两种途径获得 [32]: (1) 以一个假想的平面分割颗粒体系, 根据该平面受到的平均力来定义应力; (2) 对接触力与对应的细观量在一个表征元内做体积平均来定义应力. 第二种途径只采用材料应力均匀的假设, 可以基于颗粒的受力方程或者虚功原理直接推导得到, 所得的结果基本一致, 其应用也更为广泛. 早期推导限于无体积力的静力平衡状态 [33-37]. Bagi [32] 和 Li 等 [31] 加入了体积力的作用. Li 等 [38] 和 De Saxce 等 [39] 分别考虑了动力问题中颗粒旋转以及时间效应.

目前, 对于柯西应力的细观表达式已得到广泛的认可和应用, 但是对于颗粒物质的双重应力、对偶应力的细观定义, 以及应力对称性的讨论仍在继续. 图 6 显示了颗粒-颗粒、颗粒-边界的相互作用, 基于牛顿第二运动定律和均匀应力场的假设, 推导了柯西应力细观表达式.

对于图 6 所示的体积为 V , 外边界为闭合表面 $S(S = \partial V)$ 的颗粒体系, 在均匀应力场下, 柯西应力张量的细观结构表达式为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \left(\sum_{P \in V} \sum_{c \in P} v_i^{Pc} f_j^{Pc} + \sum_{P \in V} R_{ij}^P \right) \quad (5)$$

上式均适用于静力和动力情况, 同时考虑了颗粒旋转的影响. 其中, 接触矢量 $v_i^{Pc} = \mathbf{X}_i^P - \mathbf{x}_i^c$ 为从接触点 c 到颗粒中心 $\mathbf{X}_i^P$ 的矢量; 当点 c 为颗粒 P 和颗粒 Q 的内部接触点时, 在接触点 c 存在颗粒 P 受到的作用力 f_i^{Pc} . 将颗粒视为刚体, 颗粒 P 的角速度和角加速度分别表示成 ω^P 和 $\dot{\omega}^P$. 对于离质心距离为 $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{X}^P$ 的点 $\mathbf{x}$, 其加速度为 $\mathbf{a} = \mathbf{a}^P + \omega^P \times \omega^P \times \mathbf{r} + \dot{\omega}^P \times \mathbf{r}$, 即 $a_i = a_i^P + \omega_j^P (\omega_i^P r_j - \omega_j^P r_i) + \epsilon_{ijk} \dot{\omega}_j^P r_k$, 其中 $\mathbf{a}^P$ 是质心 $\mathbf{X}_i^P$ 处的加速度. $R_{ij}^P = \omega_k^P \omega_j^P J_{ik}^P -$

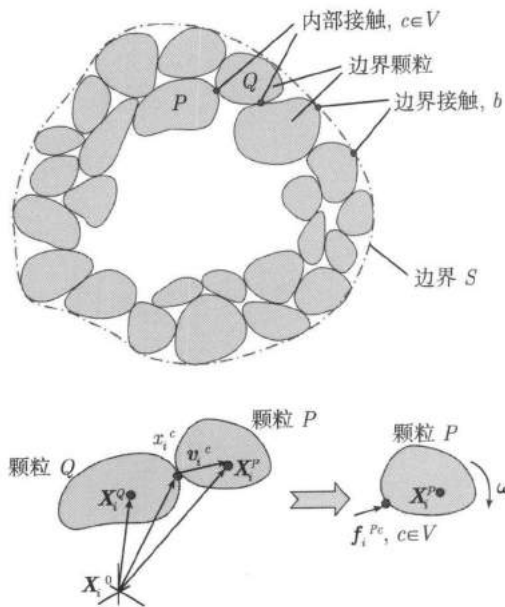


图 6 颗粒-颗粒、颗粒-边界的相互作用示意图

$\omega_k^P \omega_k^P J_{ij}^P + \phi_{ikl} \omega_k^P J_{il}^P$ 是由颗粒滚动引起的, 其中 $J_{ij}^P = \oint_{V^P} \rho x_i r_j dV^P = \oint_{V^P} \rho r_i r_j dV^P$, ϕ_{ikl} 为置换张量.

目前, 人们对颗粒体系应力的对称性仍存有争议. Bardet 和 Vardoulakis^[40] 采用虚功原理得到了推导应力的细观公式, 分析了平均应力的对称性, 得出即便没有外力偶的作用, 颗粒体系应力也可能不对称. 当存在外力时, 对颗粒中心所产生的矩决定了颗粒体系应力的对称性. Bardet 和 Vardoulakis^[41] 认为颗粒应力定义的唯一性问题来源于参考点, 即问题来源于颗粒与等价连续体在哪一点具有相同的位移. Krut^[42] 并不赞同 Bardet 和 Vardoulakis^[40-41] 对颗粒材料应力对称性的分析, 他通过力的平衡分析指出颗粒平均应力总是对称的, 并且若接触点不存在力偶, 则基于等价连续体的平均应力也是对称的, 通过分析得出结论颗粒材料平均应力与均一化应力并不一定相等. Kuhn^[43] 认为 Bardet 等^[40-41] 假设的虚功形式存在缺陷并将导致应力定义不唯一. Chang 和 Kuhn^[44] 将基于不同均一化过程的应力分别命名为宏观应力 (macro stress) 与平均应力 (average stress), 即将基于能量平衡原理推导出的应力称为宏观应力, 它与宏观应变共轭定义在表征体积上, 由于能量共轭, 宏观应力与宏观应变可以用于描述颗粒材料的广义连续体; 而平均应力是对表征体积内局部应力的体积平均, 与平均应变不必共轭. Chang 和 Kuhn^[44] 指出正确计及粒间接触力

与力偶的宏观与平均应力量 (包括应力、偶应力及高阶应力) 的表达式应满足 3 个条件: (1) 对每个颗粒指定一个参考物质点, 以颗粒间接触力与连接参考点和邻接颗粒参考点的相对向量 (分支向量) 表示宏观应力与平均应力, 也就是宏观或平均应力量的表示不必依赖于颗粒参考点的选择; (2) 应力量应该是客观的, 也就是说独立观测者所测得的应力量经过适当张量变换后应该是相同的; (3) 虚功原理是一种平衡的表述, 表征体积内的力的一次矩的平衡必然与表征体积的中心点有关, 宏观或平均应力量的表示不依赖于中心点的选择, 这与 Bardet 和 Vardoulakis^[41] 的观点不一致.

与应力张量相比, 应变张量的细观定义更具多样性. Bagi^[45] 指出, 应变张量的细观定义大致分为两类: (1) 基于等效几何图形的应变. 颗粒体系可以视为等效连续体, 假设相应颗粒中心的位移集中发生在接触点处, 在均匀场的假设下, 建立位移梯度张量与颗粒位移以及相关几何量的关系; (2) 基于最优拟合的应变. 基于平均位移梯度 (应变) 拟合出颗粒体系的位移场, 寻找位移场与颗粒体系的特征位移偏差最小的平均位移梯度. 在这里, 特征位移可以选取颗粒中心的平动位移或接触点处的相对平动位移.

理论和计算结果表明, 基于等效几何图形和颗粒平动位移的细观应变定义与基于材料边界变形的应变更接近. 这样的细观应变定义主要有 3 种: 一种是 Bagi^[36] 提出的适用于由单纯形为单元的几何系统的定义; 另外一种 Krut 和 Rothenburg^[37] 提出的基于 Satake 的图形系统定义的适用于二维颗粒物质的表达式; 第 3 种是 Li 等^[35] 给出的适合于多面体/多变形单元系统的定义. Li 等^[38] 的表达式在二维情况下与 Krut 和 Rothenburg^[37] 的表达式一致, 也不要求对应的几何系统由单纯形组成. 对于均匀位移梯度场, 位移梯度张量的细观结构推导极为繁琐, 建议读者阅读相关文献 [32, 38].

总结应力和应变张量细观结构表达式的推导过程, 可以看出, 应力张量由接触力和接触矢量确定, 应变张量由相对位移和互补面矢量确定. 两者分别基于牛顿第二定律和变形相容性条件来开展, 基本假设为点接触和均匀场. 二者的物理意义虽然不同, 但它们的推导过程十分相似. 首先, 平均应力/应变张量都是定义在颗粒体系的体积平均, 基于高斯公式转换成边界上的量, 然后表示成离散的边界力/相对位移; 在每个接触点上, 作用力

满足平衡条件, 相对位移满足相容性条件, 大小相等方向相反; 用牛顿第二定律和位移相容条件将局部几何变量 (接触矢量/互补面矢量) 耦合到表达式中, 以边界量表示的表达式写成用与微元联系的细观量来表示, 进而得到细观定义. 颗粒间的接触本构模型用力-位移的关系式表示, 在应力张量和应变张量又分别与力和位移有对应关系, 那么就会得到颗粒体系的应力-应变关系.

5 颗粒材料强度的尺寸效应

土木与岩土工程中存在着大型填筑和弃渣回收利用等工程, 粗粒土石 (粗砂、砾石、漂石及废弃混凝土、岩石的碎渣等, $D_{50} = 1 \sim 150 \text{ mm}$) 的力学表现需要考虑颗粒平均粒径的影响. 在土工实验中 (大三轴试验、真三轴试验、直剪盒试验和离心机实验等), 粗粒土的实验结果也受到试样尺寸和颗粒粒径的影响, 如 Varadarajan 等^[46]对 Ranjit Sagar 大坝的填筑材料 (近似圆形砾石) 进行大三轴实验, 结果表明填筑材料的平均粒径越大, 抗剪强度越大. Aqil 等^[47]对两种混凝土碎渣 RREA (平均粒径 $R = 5.48 \text{ mm}$) 和 RFRA (平均粒径 $R = 0.64 \text{ mm}$) 进行了常规大三轴实验, 试样直径为 10 cm . 结果表明, RFRA 材料的抗剪强度和初始刚度要远大于 RREA 材料. 但是由于受到实验设备尺寸和加载能力的限制, 上述实验很难或难于改变试样尺寸, 也就有可能忽略试样尺寸或颗粒粒径带来的影响. 粗粒土宏观性质的尺寸效应问题, 非常值得重视, 研究尚需深入.

在粗粒土的数值模拟中, 离散元方法受到很大关注, 被认为是从根本上理解土 (尤其是粗粒土) 的基本性质的有效手段和方法. 然而即便是一个很小的粗粒土离心机模型 ($30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$), 模拟成基本组成颗粒半径为 0.5 cm 的集合体也需要近百万个颗粒单元, 这需要大量的计算时间和计算成本. 我们自然想到在数值模型中扩大颗粒半径 R 或者减小试样的尺寸 L 来提高工程计算效率, 但是这种方法对实验结果有没有影响呢?

在颗粒材料尺寸效应的离散元模拟中, Huang^[48]采用颗粒离散无程序 PFC (particle flow code) 提供的接触粘接 (contact-bond) 接触模型研究了黏性颗粒材料微观参数和宏观参数之间的相似关系, 指出单轴压缩强度基本不受 L/R 的影响. Yang 等^[49]采用平行粘接 (parallel-bond) 接触模型对黏性颗粒材料进行二维单轴压缩实验, 结果表

明, 当颗粒粒径较大 ($L/R < 80$) 时, 弹性模量会受到粒径的明显影响, 但是单轴压缩强度不受 L/R 的影响. Nardin 和 Schrefler^[50]根据自己定义的接触模型和接触参数, 也提出了一种相似关系, 并且指出 L/R 较小时, 单轴压缩强度增大. Potyondy 和 Cundall^[51]采用 parallel-bond 接触模型建立了 4 个二维单轴压缩数值模型 ($L/R = 22, 44, 88, 176$) 和三维单轴压缩数值模型 ($L/R = 10.65, 20.78, 31.08, 41.44$). 实验结果表明: 二维实验中试样的弹性模量、内摩擦角等力学参数基本没有变化; 而在三维实验中, 这些参数明显与尺寸有关, 关于颗粒材料尺寸效应的原因需要进一步探讨.

我们采用 PFC 软件研究了无黏性材料强度的尺寸效应问题, 设计了 5 组常规三轴压缩试验. 这些试样的平均粒径 R 保持不变, 特征长度比值 L/R 分别为 10, 20, 30, 40, 50, 颗粒平均粒径为 1.5 mm , 法向刚度 $k_n = 250 \text{ MPa}$, 切向刚度 $k_s = 0.7 \text{ MPa}$, 围压为 0.4 MPa , 颗粒间摩擦系数为 1.0 , 孔隙率为 0.42 , $R_{\max}/R_{\min} = 2.0$. 结果表明, 峰值强度 ($\sigma_1 - \sigma_3$) 随着试样尺寸增加而发生变化的规律, 其中 σ_1 是轴向应力, σ_2 是围压如图 7 所示.

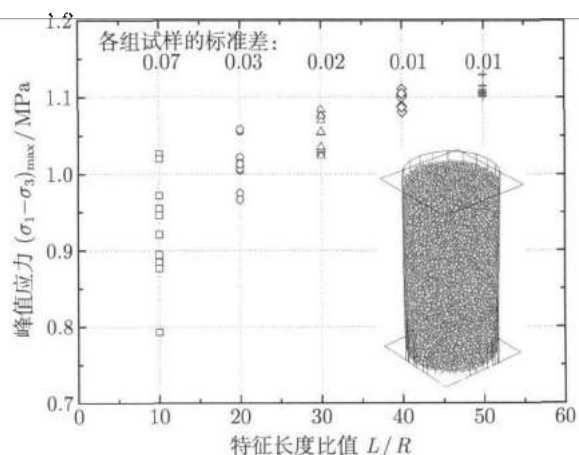


图 7 无黏性颗粒材料试样尺寸对峰值剪切强度的影响

它显示了非常明显的强度随试样尺寸的变化规律. 试样的平均峰值强度随 L/R 的增加而增大, 并当 $L/R \geq 50$, 强度趋于常数. 对于平面常围压压缩而言, 当 $L/R \geq 30$, 强度趋于常数. 因此, 无论 2D 还是 3D 试样, 当 L/R 大于一定值时, 峰值强度不再变化, 前人对于该点的讨论非常少见. 我国粗粒土三轴试验规范 (NDRC, 2007) 规定 $L/R_{\max} > 10$, 这一规定与目前的数值分析结果有一定差距, 需要进一步分析, 这将对工程设计提供更准确的指导意义.

由于每组内的 10 个试样的初始平均性质相同,但是内部细观结构不同,所以峰值强度的离散性必然与之有关。颗粒体系的力学性质很大程度上决定于材料的微观结构,很多学者提出过描述颗粒材料的微观结构的方法和参数,如平均配位数,组构张量等。对于球形颗粒组成的样品,可以根据单位接触向量 $\mathbf{n}$ (contact unit normal vector) 来表达组构张量。单位接触向量的空间位置可以由 α 角 ($-180^\circ \sim 180^\circ$), β 角 ($0^\circ \sim 90^\circ$) 两个参数唯一确定,也就是说, α 角和 β 角的空间分布能反映出颗粒试样的微观结构。从这个角度可以解释为什么当 L/R 小时,剪切强度离散性大, L/R 大时剪切强度离散性小。

6 颗粒细观结构及接触力的量测技术

颗粒物质以及岩土力学的重要发展都与细观层次结构及其运动特性的物理理论和实验技术的突破密切相关。颗粒细观结构及接触力的测试是验证理论模型的先决条件。

6.1 剪胀变形的辐射成像

1960 年, Roscoe 等^[17] 应用物理中刚刚成熟的 X 射线或 γ 射线辐射成像技术追踪了砂土在多种平面简单剪切中的变形发展过程。图 8 是加长型直剪盒中密实砂土在峰值应力之后的一次剪应变增量前后辐射成像图的叠加照片。其中白色圆点是铅粒,而两张图片叠加时,以上排铅粒对准为依据。如果剪切变形是均匀的,则这张图片上的中间和下端的白色铅粒图像都应该可见。然而这张典型叠加图片上仅下层铅粒两次成像可见,这说明剪切变形都集中在中间与下层铅粒之间的带状区域,即破坏面的方向是水平无伸长方向。由此证实并提出了砂土中的破坏面方向(相对于主应力方向)不是 Mohr-Coulomb 破坏面的方向,偏离了 $45^\circ \pm \varphi/2$, 而趋向于 $45^\circ \pm \psi/2$, 剪切破坏面中砂土已经剪胀到了临界状态。 φ 和 ψ 分别是砂土的内摩擦角和剪胀角,一般而言,两者有显著的差别。随后,他们又在 1g 缩尺模型和离心机模型实验中得到了验证。剑桥大学土力学研究人员将 Casagrande 等早已提出的砂土的临界密度 (critical density) 的概念发展成为适用于砂土和黏土的临界状态,并以原始的 Cam-Clay 模型和修改的 Cam-Clay 模型将土体的剪切变形行为与其体积变化联系起来,这就是所谓的临界状态土力学。

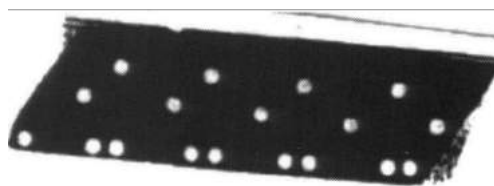


图 8 密实砂土试样在加长直剪实验的变形的辐射成像叠加图^[17]

值得注意的是, Roscoe 等明确指出简单剪切实验因允许主应力旋转,其测试结果比其他平面压缩实验或三轴压缩实验结果更具有一般性,而当时在材料加工领域也已发展的空心圆柱扭转实验虽然也允许主应力旋转,但因操作过于复杂,土样制备繁琐而被 Roscoe 等摒弃了。在那个时期,剑桥的研究人员还发展了黏土的扫描电子显微镜技术,研究黏土结构性与其力学性质,尤其是抗剪强度各向异性的关系。应该说,剑桥学派对土力学的贡献在于大胆引入新的实验研究手段,结合模型试验并坚持以相对“简单”和线性化模型来表示土力学的方法和原理,值得我们后辈学者借鉴。

6.2 光弹分析

光弹性力学 (photoelasticity) 实验是应用光学原理研究弹性力学问题的一种实验应力分析方法。它的基本原理是将具有应力双折射效应的透明塑料(如环氧树脂塑料、聚碳酸酯塑料)制成的结构模型置于偏振光场中,当给模型施加载荷时,即可看到模型上产生的干涉条纹图,测量干涉条纹,就能确定结构模型在受载情况下的应力分布。

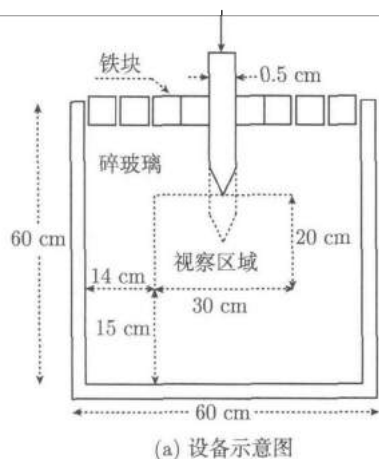
最早将光弹性实验用于颗粒材料研究的是土木工程研究人员。1957 年, Dantu^[52] 和 Wakabayashi^[53] 分别利用光弹技术,观察颗粒材料中力的传播方式。通过实验,观察到清晰的力传递光带,并认为该光带代表着大主应力传播方向。但是,该实验只是用于定性的分析,未进行应力分布定量研究。De Josselin de Jong 和 Verruijt 等^[54] 用柱状光弹性圆盘模拟二维颗粒材料,通过手工标定颗粒接触处等差线条纹级数,定量描述颗粒接触力的大小和方向。之后, Drescher 和 De Josselin de Jong^[55] 利用该方法,结合建立的平均化方法,将一定区域内的离散接触力和位移转化为岩土力学中常见的二阶张量,即应力和应变张量,并用实验结果分析了应力方向旋转等问题。实验结果表明,利用平均化的二阶张量来描述一定区域内的接触力分布的处理方法效果良好。这些平均化的应力或应变张量一直被后续颗粒力学理论和数值研究沿

用至今. 与此同时, Oda 等^[56] 利用二维柱状光弹性材料研究了二维颗粒材料中的接触力分布和结构变化. 他们采用椭圆形光弹性小圆柱体模拟二维颗粒材料, 研究了颗粒材料的各向异性. 由于颗粒材料的形状大多局限于圆柱体和椭圆柱体, 和实际颗粒材料的形状有较大的差距, 同时确定接触力大小和方向的手段相当繁琐, 使得这些实验方法的应用受到限制.

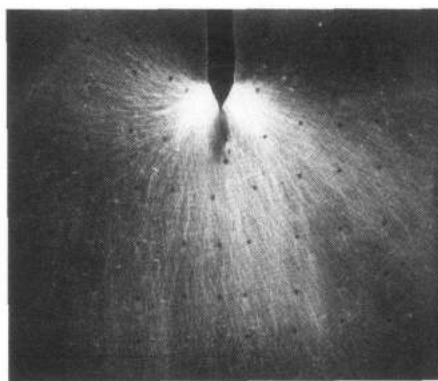
为更好地模拟实际颗粒材料力学行为, Drescher^[57] 和 Allersmas^[58] 选用碎玻璃作为光弹性颗粒材料. 特别是 Allersmas 改进了 Drescher 的实验方法, 通过逐点旋转检偏镜并测定光强, 间接测定颗粒材料内部特定点的相位差, 并借助边界条件得到颗粒材料内的应力分布场和位移分布场. 他们较早采用光弹实验开展的物理实验是贯入实验, 即用探针或探棒静力或动力贯入颗粒材料中, 以期获得颗粒材料内部的物理力学性质. 贯入实验在土力学与地基基础工程中是一种应用性很强的原位实验手段, 像砂土等颗粒性明显的岩土材

料的取样易受扰动, 需要通过原位测试确定其物理状态和力学性质. 虽然碎玻璃的工程性质和砂土比较接近, 但却是一种光敏感性较低的颗粒材料, 所以用这种材料模拟颗粒材料, 无法清晰地观测到颗粒材料内的力链分布.

如图 9 所示, 光弹模型箱的尺寸为 $60\text{ cm} \times 60\text{ cm} \times 7\text{ cm}$, 左右边界和底边用钢材制作, 在试验过程中固定不动, 前后边界为有机玻璃, 在试验过程中也固定不动, 使得试验条件为平面应变条件. 上边界通过钢锭施加自重荷载, 约 5 kPa . 颗粒材料是粒径分布为 $2\sim 3\text{ mm}$ 的碎玻璃片, 触探仪为铝质材料, 尺寸为宽 $\times$ 厚 $= 5\text{ cm} \times 7\text{ cm}$, 锥尖角为 60° . 触探仪在外力作用下贯入碎玻璃片中, 贯入速度非常慢, 约 2 mm/min . 该物理实验得到了贯入过程中的光弹照片, 亮线反映的是接触力较大的区域. 从图 9 显示的物理实验光弹图片中可以看到, 在贯入过程中, 锥头附近力链明显且集中, 而在锥头已经穿过的区域甚至观察不到明显的力链.



(a) 设备示意图



(b) 光弹照片

图 9 颗粒材料的光弹贯入试验

光弹性颗粒实验力学的发展, 不仅使得颗粒力学和塑性力学的一些基本理论得以发展, 还直接孕育了以后影响很大的颗粒离散元程序 PFC (particle flow code)^[59-60]. 与剑桥学派的方式不同, 20 世纪 50 年代, 荷兰 Delft 大学土力学教授 De Josselin de Jong 基于对这些光弹性颗粒实验的观察和解释发展了 DSFR 模型 (double shearing free rotation). 该模型仍采用应力、应变等二阶张量 (平均化概念) 的连续力学表达式, 假设了 Mohr-Coulomb 摩擦破坏准则, 仅适用于二维问题, 不能考虑材料的体积变形行为. 其独特之处是考虑了

摩擦性塑性材料的微观运动变形机制. 与传统塑性力学模型相比, DSFR 模型属非共轴、非关联模型. 它的应变表达式与转角表达式与传统塑性力学的应变张量与转动张量的异同, 值得进一步研究.

最近 20 年来, 随着单色偏振光技术的普及、高精度数码相机的出现和数字图片处理技术的发展, 光弹实验技术重新受到了重视. Shukla 和 Damania^[61] 和 Baxter^[62] 通过高像素的数码相机, 对圆偏光条件下的光弹颗粒材料的受力进行分析. 他们对拍摄得到的数字图像中的颗粒进行应

力条纹标定比较, 比较精确地得到了颗粒接触力的大小和方向. 但是, 这些方法由于相机的像素限制, 只能同时处理少数的几个颗粒, 处理工作需要耗费大量的精力, 使得这些方法的推广使用受到限制.

美国杜克大学的 Behringer 教授开展了细致的光弹颗粒实验, 提出颗粒光弹图像灰度值梯度 (G^2) 方法分析颗粒中的平均应力, 得到了点荷载和直剪条件下颗粒的接触力分布和力链结构形态 [63-64]. 古老的光弹实验方法在显示和分析颗粒体系内部应力分布不均匀性, 进而重新认识颗粒体系的复杂力学行为等方面发挥了重要的作用.

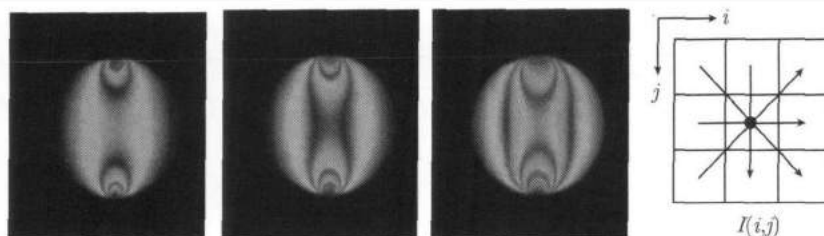


图 10 在不同压力下颗粒内部应力条纹及 $\langle G^2 \rangle$ 计算示意图

如果像素点 (i, j) 的灰度值为 $I_{i,j}$, 其平均平方灰度梯度为

$$|\nabla I_{i,j}|^2 = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{I_{i-1,j} - I_{i+1,j}}{2} \right)^2 + \left(\frac{I_{i,j-1} - I_{i,j+1}}{2} \right)^2 + \left(\frac{I_{i-1,j+1} - I_{i+1,j-1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{I_{i-1,j-1} - I_{i+1,j+1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 \right] \quad (6)$$

若单个颗粒中像素的数目为 N , 则每个颗粒的 $\langle G^2 \rangle$ 为

$$\langle G^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |\nabla I_{i,j}|^2 \quad (7)$$

随着颗粒接触力的增加, 等差线条纹级数也相应增加, 而等差线条纹级数的增加, 导致了光弹图像 $\langle G^2 \rangle$ 的增大. 实验研究表明, 圆盘颗粒边界接触力大小的平均值 f 和颗粒 $\langle G^2 \rangle$ 成一定的比例关系, 如图 11 所示. $\langle G^2 \rangle$ 经验标定方法和颗粒大小密切相关, 颗粒越大, 其表征力的 $\langle G^2 \rangle$ 越小, 颗粒越小, 其表征力的 $\langle G^2 \rangle$ 越大. 尽管该方法只能粗略估计颗粒受力的大小, 无法得到颗粒受力的大小和方向等信息, 但是该方法直观简便, 且可以同时处理大量的颗粒材料.

自 2007 年起, 清华大学水利系和土木系开展了颗粒体系的光弹实验 [65-66]. 图 10 为采用苏州卓力特光电仪器有限公司 TST-100 微型数码光弹仪拍摄得到的单颗粒光弹条纹. 压力越大, 颗粒内部条纹级数越来越多, 灰度梯度值越来越大. 光弹颗粒是采用英国 Goodfellow 公司生产的厚度为 3 mm 板状 PS 光弹片切割成直径分别为 6 mm, 8 mm 和 10 mm 的圆盘 (见图 11), 每种粒径各用大约 2 400 个颗粒, 有效地避免了颗粒排布的晶格化. 这种 PS 光弹片的密度 $\rho = 1\,050\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, 弹性模量 $E = 2.3\text{ GPa}$, 泊松比 $\gamma = 0.35$, 应力光弹系数 $K = 35$, 静力摩擦系数 $\mu_s = 0.417 \pm 0.053$.

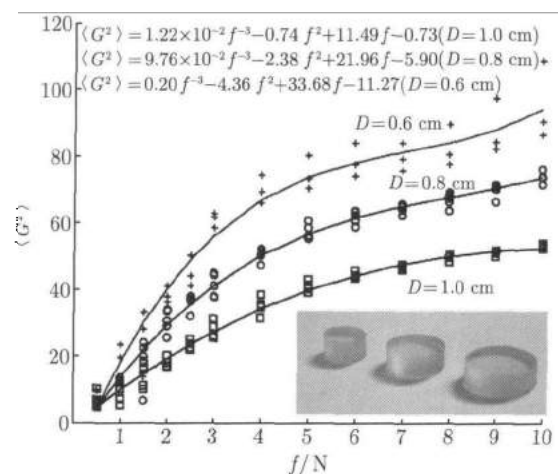


图 11 3 种颗粒粒径的 $\langle G^2 \rangle$ 和平均接触力 f 拟合曲线 [66]

我们设计了二维光弹静力触探实验仪 (实验装置见图 12) [9,58]. 它的主体部分为宽 800 mm、高 600 mm、间距 3.5 mm 的两块玻璃板, 内部装有大 约 7 200 个 3 种不同半径的光弹圆盘. 顶部中间有一个大小为 80 mm×150 mm 的压块. 为了更好地模拟平面应力情况, 且避免边壁的摩擦, 压块与光弹性圆盘的厚度均取 3 mm. 随着压块的不断深入, 颗粒体积分数也从初始的 0.841 逐渐增大到 0.848. 在实验中, 每次拍摄只能得到偏光片覆盖的区域,

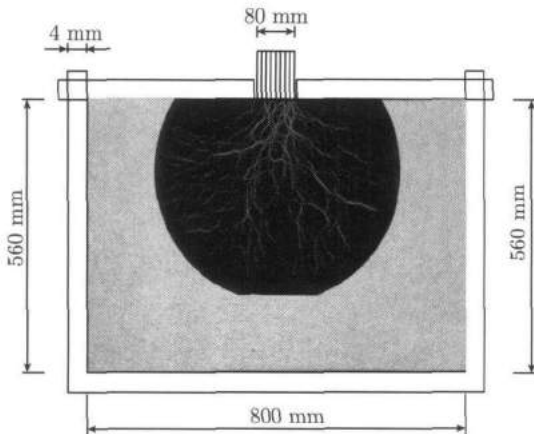


图 12 光弹静力触探实验装置 [66]

它位于压块正下方 1 300 个圆盘 (图 12 中间黑色区域), 力链网状结构清晰可见。

现阶段的颗粒体系力学研究采用二维光弹实验是十分必要的。作为非接触式检测, 它对颗粒体系不造成任何扰动, 且不仅能够测量颗粒之间的力关系, 还可以判断颗粒之间的相互位置关系, 清楚的观察力链, 进而对力链的生成及演变规律进行分析研究。但是, 缺点是接触力的测量精度不高。

6.3 先进实验手段

自 20 世纪 70 年代至今, 颗粒的力学实验研究手段有了很大发展, 这主要是得益于计算机与信息技术和微观无损测试技术的发展, 比如 X-ray CT 技术一直在医学领域被广泛应用, 但随着颗粒力学研究的深入, X-ray CT 技术逐渐被应用在颗粒物质体系结构及其演变的研究中。X-ray CT 是一种通过扫描材料的不同断面, 并经过图像三维重建, 得到黏土的微细观结构, 为微细观结构演变测量提供了方法。近几年来, CT 扫描技术逐渐被应用在岩石、混凝土、沙堆等材料的细观结构检测中。CT 具有高解析度, 它可以定性分析结构及其在受力情况下的演变情况。Desrues 等 [67] 利用 X-ray CT 技术提供研究了三维沙土在受力过程中应变局部化的情况, 图 13 展示了通过 CT 技术得到的定性研究三维颗粒体系剪切带孔隙率演变的情况。

本世纪初, 随着同步辐射光源的发展, 逐步形成了 X-ray micro-CT, 它提供了更高的解析度, 使在颗粒尺度 (μm) 研究三维颗粒体系的内部结构演变成为现实。Oda 等 [68] 得到了沙土体系的剪切带的细观结构。由于解析度的限制, 这在以往的 X-ray CT 实验中是无法得到的。但是, 需要指出的是, 他们得到的图像是在实验加载完成后得到

的。显然, 要真正的了解颗粒体系形变过程中的力学关系, 必需在开展实验过程中进行 CT 扫描的原位实验。随着 CT 技术的发展, Matsushima 等 [69] 在三轴实验中得到颗粒体系内部的每个颗粒的具体位置, 并在加载过程中跟踪了单颗粒的位移情况。

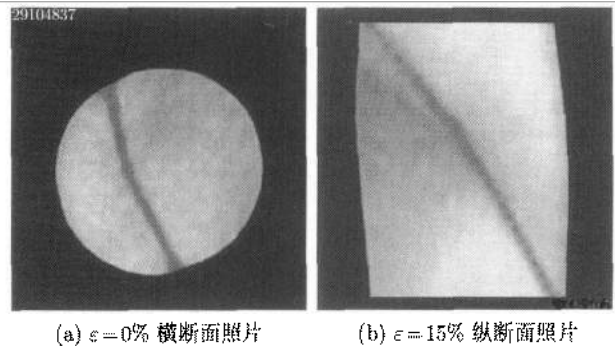


图 13 剪切带的 CT 照片 [67]

该技术还被美国 NASA 在一项研究太空微重力条件下颗粒材料力学的项目所使用 (从 20 世纪 70 年代到现在), 他们探测到微重力下颗粒材料三轴压缩下的变形机制, 如图 14 所示。在微重力条件下, 颗粒材料的强度与刚度, 与传统土力学理论预测相差甚远, 这主要是土力学实验都无法克服重力的影响。而对颗粒材料摩擦与剪胀性质的正确理解应该将重力的干扰减少到最小, 才可能发现科学问题的本质; 而对一项影响工程问题的砂土液化问题的科学洞察, 也需要将重力的影响先降低下来。

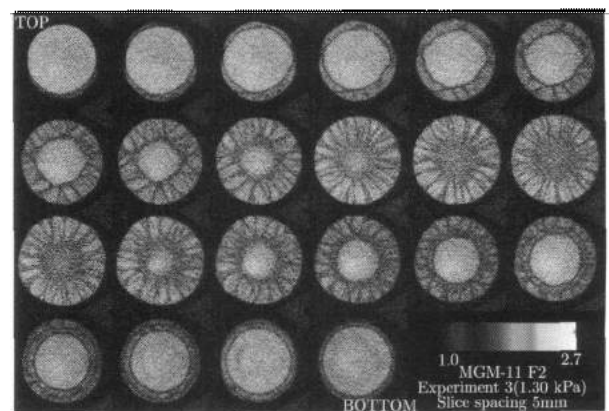


图 14 微重力环境下三轴压缩颗粒体系密度分布 (源自 <http://civil.colorado.edu/~batiste/overview.html>)

7 岩土力学的新发展

岩土工程问题是颗粒材料应用最广泛的工程

问题之一,岩土体的宏观力学性能在很大程度上受其细观结构的控制,所表现出来的各种变形和强度特性取决于内部颗粒之间、颗粒与孔隙及其它边界之间的相互影响,是其系统内部各种材料结构要素共同作用的结果。

自从 20 世纪 20 年代以来,铁路路基饱和和砂土液化等工程事故的出现,太沙基 (Terzaghi) 的有效应力的概念得以提出和应用,土力学便从应用力学中分离出来,成为一门相对独立的学科。土力学沿用连续介质力学的研究范式,解决了大量实际问题,但是一直受到岩土是典型颗粒材料这一现实的影响,土力学与颗粒材料力学相互促进。一方面,注重机理研究的颗粒力学试图对一些土力学假设的合理性进行评判;另一方面,岩土是典型颗粒材料这一根本特征,土力学的大量实例为验证颗粒材料力学提供了依据,并指导颗粒力学的研究更加接近实际问题。纵观近百年来土力学的重要发展都无一例外地与岩土颗粒性质的进一步解密切相关,都与一些重要的了解岩土微观世界的物理或数学的实验技术或理论突破密切相关。例如,物理学的 Archimedes 浮力定律与土力学的 Terzaghi 有效应力原理是完全一致的,Skempton 孔压系数与颗粒骨架的体积变形,以及考虑颗粒骨架剪胀性的 Skempton 孔压系数等。

7.1 宏观研究的局限性

经典土力学理论是以连续介质理论为基础,用宏观力学的方法来建立岩土体变形和强度的模型。不可否认,这些模型在工程实践中起到了重要的作用。但是正如 Terzaghi 在 1920 年讨论传统土压力的基本假定时曾提到的^[70]：“Coulomb 的基本错误是他有意识地忽视了砂土是由单个颗粒组成这一事实,而把它看成是具有一定力学性质的均匀物体,Coulomb 的观念对解决土压力理论特定问题时是很有用的,但当后续研究工作者开始忘掉 Coulomb 理论的假设特性时,就成为继续前进的障碍了”。基于适度均匀化处理的经典土力学很难准确地描述其结构的复杂性,是不完善的,目前针对无黏性颗粒材料的本构方程非常缺乏,很难逾越无黏性岩土体细观结构的多样性和不确定性的巨大障碍。

剑桥大学 Bolton 教授的课题组致力于发展颗粒力学 (clastic mechanics),他们试图将岩土颗粒材料的非线性剪缩行为,与颗粒细观层次上的颗粒破碎和孔隙填充联系起来。而这些颗粒细观层次

上的变化,经典土力学理论无法概括,因而也没有给出相应解释。孙广忠^[71]将离散的颗粒材料的研究应用于碎裂的结构岩体,并指出:其变形是不连续的,应力传递具有强烈的结构效应,不遵从连续材料力学法则。由于宏观的变形破坏是由颗粒组成的细观结构变形的积累、扩展而成,因而细观尺度颗粒结构演化规律的实验研究可以为岩土体宏观理论提供重要的依据,有利于对岩土材料微细观应力场和位移场变化的认识及其本构关系的建立。谢定义认为:岩土结构的微细观研究与宏观力学特性的结合,使人们不再把岩土作为一个简单的宏观体,而是把它作为一个具有复杂力学、化学特性的结构体;解释了一系列关于岩土结构特性发生和发展的机理,为岩土在荷载作用下的变化,为力学特性的定向、滑动、破损、压密等的研究和分析提供了有力的根据。

显然,平均化处理方法 (homogenization) 把颗粒处理成均质的、连续的介质,掩盖了这些几何结构和力结构的各向异性特性。颗粒的离散性和耗散性,导致内部的几何结构和力结构成为微观状态,在常规实验的次数中无法历遍,表现出涨落性质,亦即颗粒体系样本的力学性质样本个性差异较大,有量级上的差异。这种不确定性,意味着仅仅依据试样的初始平均性质不足以表征和预测其力学行为。

近几十年来,这方面的研究并无大的突破,使得工程设计与决策人员不得不进行一些没有必要也不正确的所谓岩土表征、测试和分析结果的“解释”工作。当前的土木工程师仍然在沿用线弹性模型,仍然在沿用并不正确的岩土内摩擦角和黏聚力的取值,尽管这些工程实践在 30 年前就被认为是不正确的。自 20 世纪 70 年以来,各类有限元数值模型和大量的离心机模型,使得我们具备了应对复杂岩土问题的能力,然而考虑岩土颗粒材料真实结构和组构对其宏观工程力学性质的影响是远远不够的。用颗粒物质的理论研究土体、粉煤灰、卵石、砾石等颗粒体系的变形以及受力特性,是人们深入了解和认识颗粒物质物理和力学性质的必由之路。

在学术界,1994 年国际土力学与基础工程联合会 (International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, ISSMGE) 设立了颗粒材料力学专业委员会 (Committee on the Mechanics of Granular Materials, TC13), 2000 年设立了从微观到宏观的岩土力学专业委员会 (Committee on

Geo-mechanics from Micro to Macro, TC35, 现为 TC105), 突出强调类土性材料与其他工业颗粒与粉末材料的异同, 尤其是展示各种类土性材料的颗粒力学性质的研究对重大土木工程项目具有重要意义, 如填海造田、深大港口疏浚、高速重载交通基础设施发展以及砂土液化整治等, 同时加强土木工程中涉及的颗粒材料基本力学问题的研究, 如材料剪切带的发展演变、砂土液化机理、颗粒材料的摩擦剪胀本质以及颗粒粒径和形状的影响等。2010 年 10 月, 宏细观岩土力学与岩土技术国际研讨会(International Symposium on Geomechanics and Geotechnics: from Micro to Macro) 在同济大学举行。该会议由国际土力学与岩土工程协会(ISSMGE)TC35 委员会(现为 TC105 委员会)和中国土木工程学会土力学及岩土工程分会联合主办。该研讨会围绕土体宏细观特性、离散元数值模拟方法和岩土工程应用技术 3 个会议主题, 就宏细观土力学与岩土技术的最新相关研究成果及发展趋势进行了深入交流和探讨。

在物理探测手段和方法高度发展的今天, 如激光粒度分析仪、微纳米 CT 技术、高精度光学电子显微镜以及核磁共振成像技术等, 我们将可以探测到小到 10 nm 的岩土微观颗粒以及结构, 因而土力学的研究人员可以深入考虑如何将岩土宏观工程力学行为与其微观结构联系起来了。如我们可以在离散元数值模拟中研究岩土颗粒材料宏观强度的统计规律与其组成颗粒粒径的关系, 来加深岩土工程师理解那些用数值拟合出来的连续体参数的意义; 我们也可以研究在岩土测试或实验过程中其微观结构的变化, 从而更好地了解岩土颗粒材料渗透性和比表面积的变化等, 因为这些结构变化都显示了颗粒破碎的状况等。这类研究工作可能会涉及诸如岩土颗粒材料的摩擦、屈服和剪胀机理, 以及刚度退化和剪切带产生机理和其老化、徐变机理等基础问题。当然, 要想使得无黏性岩土力学像所期待的那样, 进一步完善和精简经典岩土力学, 还需要物理力学和土力学研究人员继续付出大量的努力和工作。

7.2 宏细观研究的进展

岩土的物理、化学甚至生物学过程控制着其宏观力学性质, 具有实际意义的例子有: 循环加载效应、蠕变和率相关效应, 以及局部化等等。过去人们基于常规的土力学试验数据, 建立了宏观尺度的唯象模型, 比较著名的有临界状态土力学

(critical state soil mechanics, CSSM) 框架下的仅用 4 个参数描述的数学模型——剑桥模型^[72-73]。工程师们开展不同类型的试验, 测试了不同类型的土, 过于注重现象, 而不是在 CSSM 理论框架上开展更全面和系统的工作, 例如: 不排水循环加载能导致砂土液化; 瞬变流和蠕变对预测黏土的固结沉降产生误差; 砂土的压缩在线性对数图中呈现强非线性; 残余阶段滑动摩擦曲线的陡降与圆弧滑动面的形成, 导致在确定边坡安全角时的矛盾。

人们在构建模型方面开展了大量工作, 可以归纳为两类方法: (1) 更加精细的本构模型, 通常包含 20 个以上的参数; (2) 对于特定土的试验数据, 提出的特定的唯象模型。对于第一类模型, 尽管对岩土力学现象的共性部分可以得到较为满意的描述, 但是其中的参数往往缺乏明确的物理意义, 无法回答一些基本问题。例如, 如果土样的成分发生改变, 这些参数将如何变化等等, 类似的问题使得研究人员在交流和实际应用时遇到极大的障碍。对于第二类模型, 由于提出的唯象模型有针对性, 这方面的模型与特定土一般符合很好, 但是在实际应用时常常遇到问题, 如人们很难知道岩土的特定力学性质在实际应用方面是否也是特别令人感兴趣的。因此, 在某种意义上, 上述两种方法都是唯象的模型, 都试图趋近于实验数据曲线, 但是问题是“这些实验曲线准确吗”?

与材料科学的思路类似, 人们从细观结构图像和细观力学建模来确定应力-应变关系。从底层做起, 几十年来人们已经取得了很大进展, 并且信心更足, 如 Rowe 于 1962 年提出了颗粒材料的应力剪胀理论^[17]。尽管它并不是基于实际的细观测量, 但是比剑桥模型更形象、更易于理解。后来, 人们采用离散元方法(discrete element method, DEM)模拟大量相关的现象, 包括从颗粒结构的重排和破碎角度解释应力剪胀性和剑桥模型。受“光滑”滑移面图像的启发, Skempton^[74]认为黏土的残余摩擦与颗粒薄片的方向平行于滑动平面有关。后来, 人们用电子扫描显微镜(SEM)证实了这一图像。这些从实验和 DEM 模拟得到的图像, 对于人们想象岩土的内部结构和过程极其有效。因此, DEM 模拟以及显微成像就构成了宏细观岩土力学的主要内容。

对岩土颗粒力学的挑战, 来自于澄清常见类型土细观结构的演变过程, 特别是那些在自然和人为活动过程中需要对其进行设计和控制的岩土工程数据, 其细观结构的演化更需要追踪。沿着

这一思路进行研究可以成功地取得一系列的成果,如确定合理的测试方法,定义和明确宏细观参数,预测小应变刚度、运动屈服、塑性硬化、临界状态、率相关性以及时间效应、局部化、破坏和流动等一系列过程。同时这又可以确立基本模型参数和土的分类以及指标测试的联系,使得人们能够在开展费时、费力、费钱的单元测试之前,可以对岩土的性能有一个大体的预估计。同时,为了降低现场实验的费用,工程师也通过初步判断,把精力集中在潜在的威胁上,如是否会发生地震液化、内部侵蚀、蠕变、各向异性或渐进破坏等。

人们对发生在颗粒这一细观尺度的过程的认识和理解比较贫乏,很多问题在构建宏观本构模型时没有被考虑,如单元测试中的应力和应变的非均质性。借用其他学科的优势,针对颗粒物质的实验检测技术、成像技术和计算方法逐渐发展起来,如更精细的几个微米的空间分辨率、高科学置信度大规模计算等等,使得跟踪颗粒运动成为可能。当然,持怀疑态度的人可能会问,即使知道土颗粒的细观结构和动力过程,又有何用呢?我们的明确回答一定是:宏细观研究将最终验证或改进土力学的描述方法,以及相关的离散、连续介质的数学模型,而这些正是岩土力学和岩土工程的核心问题。很显然,结合细观力学检测、岩土力学的常规试验和原位测量,以及离散元和连续介质的数值模拟,人们已经在研究颗粒形貌、颗粒间接触、颗粒表面摩擦,以及颗粒破碎等等方面做了大量工作,提出了一些新方法描述岩土颗粒的复杂几何形态,如表面粗糙度、球形度、规则性等,并试图把这些因素与它们对强度和刚度的力学响应联系起来,但是它们依然广泛应用于大尺度工程问题。

DEM 已经被普遍认为是从颗粒尺度再现岩土行为的有力数值工具。然而,应该意识到 DEM 的数值模拟结果与实验并不完全一致。采用真实的颗粒形状以及改进颗粒间接触模型可以减小两者间的差距,为建立细观尺度与宏观尺度的材料响应的桥梁,人们在实验研究和数值模拟两个方面一直进行着坚持不懈的努力。为了模拟复杂的岩土力学行为(如胶结和蠕变),理论研究者提出的连续介质本构模型越来越复杂,这与实际应用的模型差距越来越大。但是它们普遍采用大量的参数,这些参数不能直接确定或测量,有的还没有明确的物理意义,这是连续介质本构模型的主要缺陷。

“信者恒信,不信者恒不信”,这是宏观与细观研究范式过于精细化造成的后果。要打破这一尴尬局面,注重细观研究的人们要从宏观尺度研究中凝练科学问题,避免迷失方向,并注意审视宏观研究中假设的合理性;宏观研究的人们要注意吸取细观研究的新思想和新发现,避免产生细观研究“无用论”的思想。颗粒物质的研究尚处于起步阶段,到达实际工程应用还有很长的路要走;相关的工程技术要取得实质进展,需依赖颗粒物质等基础研究的突破。不管是基础研究,还是应用研究,我们的工作要可持续发展,要逐步将模型更加精细化,并确定模型中参数的物理意义,今后使得人们更加清晰的认识到宏细观研究的重要性,这是宏细观岩土力学发展的方向。

8 今后工作需要加强的几个方面

颗粒物质是以接触力为相互作用的多体系统。长期以来工程领域基于大量的实验数据和经验公式,构建定量描述它们的宏观理论,但是分析颗粒体系的细观结构和及其运动规律,深入探讨细观机制,是有重要学术价值的基础研究课题,目前尚处于起步阶段。现有的宏细观力学理论,颗粒尺度的接触力及排列结构清楚地连接了宏观理论的应力和应变,但是并不直接与颗粒体系从弹性变形到失稳破坏的动力学过程相关。

对于给定的颗粒的材料性质(或者非线性响应),颗粒物质力学研究的主要任务之一就是预言颗粒体系的非线性响应,人们确实需要这些性质,在人们依赖于颗粒物质跨尺度力学之前,它必须得到实验数据的验证。第二个主要任务是理解局部化的问题,以及瞄准颗粒体系的局部应力和应变场,在给定宏观应力状态以及颗粒的材料性质和几何条件下,特别在理解剪切带形成的失稳判据,预测剪切带特征宽度,揭示剪切带的形成和演化机制中有应用价值。试图为无黏性颗粒岩土力学的宏观现象及运动规律做出细观解释,试图为目前频发的地质灾害减灾防灾提供参考依据,探讨碎屑流这一新类型地质灾害体的变形机理、破坏模式以及致灾规模等地质灾害关键问题。根据我们的判断,颗粒物质研究应该在以下几个方面加强。

8.1 颗粒材料的理想物理实验与数值模拟

基于颗粒材料物理与力学实验来率定离散元

数值计算中的诸多参数是非常重要的。这是颗粒力学研究的基础工作, 尤其当研究工作较深入开展以后, 这一问题显得更加重要。许多离散元数值模拟, 包含我们自己的部分研究工作, 要么没有这种率定工作, 亦即模拟的都是假想的颗粒材料; 要么是多是利用砂土力学实验进行率定, 但数值模拟中颗粒大小、颗粒形状等都与砂土相差甚远。这一研究状态的延续不利于颗粒物质的研究和岩土力学基础研究的发展。

应该承认, 早在离散元程序发展之前 (20 世纪 50~80 年代), 物理和岩土力学研究人员利用各种材质的圆球或圆盘进行了不少颗粒材料力学实验、光弹实验, 积累了对颗粒材料的认识。但实验者自己当然不可能用其实验结果与随后才发展起来的离散元模拟进行对比分析。很多实验结论也是定性居多。当离散元发展以后, 大量从事数值模拟的研究人员也很难再利用那些数据, 文献也非常难找, 可查实验数据不完备与缺失。鉴于这种情况, 我们需要自行设计部分实验, 收集可以率定数值实验模型的物理实验结果, 进行颗粒材料力学行为的物理与数值实验研究。这项研究的基本目的是想深入洞察颗粒力学从细观到宏观的规律, 从而对颗粒力学的发展提供可靠支撑。

8.2 了解颗粒离散元的技术细节

目前, 大家普遍采用一些商用颗粒离散元软件, 急于知道结果, 且易于满足于现象的复现, 而对其中的计算理论、接触模型和部分技术细节不关心, 而这些恰恰决定着结果的可靠性^[27-29]。

颗粒离散元的求解过程是颗粒运动和受力平衡的一个动态过程, 利用中心差分法, 把速度和加速度对时间步长进行显式积分。时间步长 Δt 的确定直接关系到计算效率和结果准确度, 比如商用软件 PFC 给出如下计算公式^[75]

$$\Delta t = \min \left(\sqrt{m/k^{\text{tran}}}, \sqrt{I/k^{\text{rot}}} \right) \quad (8)$$

式中, m 为颗粒质量, I 为颗粒转动惯性矩, k^{tran} 和 k^{rot} 分别为颗粒的平动刚度和转动刚度。根据式 (10) 和颗粒刚度的定义, 可以推论

$$\begin{aligned} k^{\text{tran}} &\propto (R_{\text{in}})^0 \\ k^{\text{rot}} &\propto (R_{\text{min}})^2 \\ \sqrt{m/k^{\text{tran}}} &= \sqrt{4\pi(R_{\text{min}})^3/3k^{\text{tran}}} \propto (R_{\text{min}})^{3/2} \\ \sqrt{I/k^{\text{rot}}} &= \sqrt{2m(R_{\text{min}})^2/5k^{\text{rot}}} = \\ &\sqrt{8\pi(R_{\text{min}})^5/15k^{\text{rot}}} \propto (R_{\text{min}})^{3/2} \end{aligned} \quad (9)$$

由上式可以知道, PFC 软件中的时间步长与最小颗粒粒径的关系如下

$$\Delta t \propto (R_{\text{min}})^{3/2} \quad (10)$$

我们在实验室和工程实践中, 知道岩土和颗粒材料的强度受加载速度或应变率水平的影响, 各种模拟率相关性的工程数学模型也有很多。然而, 针对颗粒材料率相关性的物理机制的解释欠缺, 这主要是受到复杂实验研究条件的限制。

采用颗粒离散元进行数值计算时, 得到加载应变的表达式

$$\varepsilon = \frac{v\Delta t}{L}N \quad (11)$$

式中, N 是运行步数, v 是加载速度, Δt 是计算步长, L 是试样尺寸。如果定义应变率是每步完成的应变, 即 $\dot{\varepsilon} = \frac{v\Delta t}{L}$, 可见 v 和 Δt 都会影响试样的应变率。由于 Δt 由颗粒尺寸所决定, 所以颗粒尺寸也会影响应变率。

这些初步分析都说明了解颗粒离散元所采用的接触模型、计算理论和技术细节的重要性, 需要我们挖掘出其背后的物理机制。

8.3 高科学置信度大规模计算

置信度是科学计算逼近研究对象真实程度的度量, 可以分为物理模型对客观事物表征的置信度和计算机得到的解对物理模型表征的置信度。物理模型是根据真实客观系统的运行规律和演化特性, 结合发展需求, 提出数学物理方程并给出物理参数; 计算方法则是结合问题的几何构型和物理参数, 离散数学物理方程, 使数值解达到精度需求。如果数学物理方程没有抓住真实客观系统的主要特征, 或者计算方法不适应于数学物理方程, 数值解就可能没有置信度, 就没有科学价值, 仅仅是计算机游戏。

基于 DEM 的科学计算在颗粒物质的力学研究中发挥了重要作用, 随着计算规模的增大, 以室内试验为主导的研究方式发生了改变, 需要发展更真实参数和接触模型、更宽颗粒级配和复杂几何边界的高科学置信度计算为主要手段的颗粒物质力学的研究能力。室内试验研究对科学计算的要求相对较低, 在物理模型和计算方法方面不够精细, 允许含有一些经验因子, 科学计算和试验之间形成了强烈的依赖关系; 高科学置信度计算则要求科学计算建立在科学基础上, 去掉经验因子,

实现全过程科学计算的高科学置信度, 从而对颗粒体系的物理模型和计算模型提出了更高度要求。

物理模型的精细和科学、研究对象从局部到全局、过程从准静态到动态、维度从简化的二维到真实三维, 这些都导致计算规模成千上万倍的激增, 对高效使用计算机也提出了极为迫切的需求。以颗粒接触计算为例, 通常把接触力近似为软球模型, 高置信度的颗粒模拟要求采用严谨的 Hertz, Mindlin 和 Thornton 接触力学模型建模, 如考虑颗粒滚动则模型更为复杂; 通常三维情况下模拟不到 10 万颗粒, 各边约有 50 个颗粒, 颗粒粒径为 0.5 mm 时, 排布区域的边长仅为 2.5 cm, 显然这样的规模与室内试验规模相去甚远, 两者无法进行合理对比。当颗粒排布区域边均达到 10 cm 时, 所需颗粒数量为 600 万。若考虑实际计算中由于迭代收敛速度等因素, 计算规模的增长将大于上述简单估计, 计算量相当大。为了迎接这一巨大挑战, 必须开展高效能计算。

我国高性能计算机的峰值以“十年千倍”的速度发展, 目前已经达到千万亿次, 与此同时, 处理器核的个数也超过了数万, 体系结构日趋复杂。颗粒体系的物理模型不断精细, 计算机体系结构日趋复杂, 使得应用程序研制越来越复杂, 高效使用计算机越来越艰难, 现有的颗粒应用程序由串行程序并行化获得, 不仅计算效率低, 而且难以满足颗粒研究需求和适应计算机的快速发展。DEM 计算程序需要提升单核浮点效率和多核并行效率、发展快速数值并行算法; 同时需要物理、力学、数学、计算机的多学科交叉融合, 必须革新研制思路、发展研究方法。

目前, 清华大学和大连理工大学在北京应用物理与计算数学研究所开发的 JASMIN 框架的基础上 [76], 采用多核 CPU 并行技术, 考虑了颗粒的离散性和接触特性, 对 JASMIN 框架的数据结构等做了部分改进, 特别注重动态负载平衡技术和非规则通信算法的完善。我们的目标是, 结合高性能计算机硬件平台建立起并行应用软件, 力争在计算效率低这个瓶颈问题的解决上实现突破, 为我国高科学置信度的颗粒物质科学计算能力建设奠定坚实基础; 完成大规模颗粒体系 ($10^7 \sim 10^8$ 个颗粒的量级) 典型力学行为的模拟, 分析其内部结构及其演化规律, 揭示复杂宏观力学行为的物理机制; 同时开展若干工程实践所用颗粒体系力学性质的大规模计算和分析。目前, 我们正基于高性能计算机开展更大规模的计算, 采用更真实参数

和接触模型, 更宽颗粒级配以及复杂几何边界, 实现室内模型全尺寸模拟, 可以进行有物理意义的局域统计平均。

8.4 可能的宏观研究路线

由于颗粒的离散性和能量耗散性, 细观尺度的结构和运动对宏观力学响应起关键作用。我们知道, 初始时刻平均性质大体相同的颗粒体系的峰值强度呈现显著的分散性, 这是因为颗粒试样的细观力位形和结构位形在初始时刻就有差异, 作为局部非平衡因素, 这些差异在细观结构演化过程中得以放大, 导致宏观力学性质差异较大。要对此做深入研究, 就必须对细观结构进行有效刻画, 同时建立细观结构演化动力学方程, 但是, 多年来颗粒物质的宏-细观研究主要是推导了颗粒接触力和空间位置与宏观应力和应变的关联, 对力链的几何形态也有初步描述, 但是还无法直接用来刻画颗粒体系的宏观动力学过程, 包括非线性响应, 以及应力和应变局部化关键问题等, 这就有必要开展颗粒物质的细观力学研究, 其路线如图 15 所示, 文献 [77] 提供了很好的可参考的研究范式。

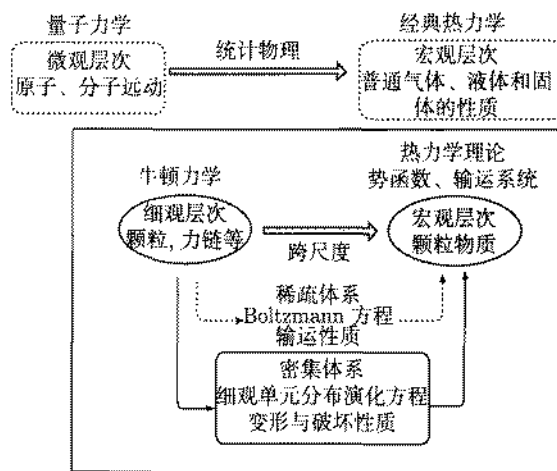


图 15 颗粒物质的宏-细观研究路线

从图 15 可以看出, 首先选择恰当的细观尺度结构, 如颗粒关联而成的力链结构, 量化该结构的几何和动力学过程, 这一点非常艰难, 原因之一在于没有特别针对颗粒体系细观尺度的实验设备, 细观现象的观测和相应参数的获取难以有效进行。其次, 建立细观层次的统计描述, 这是由于颗粒体系中每种细观结构及其运动具有或然性。最后, 建立宏细观层次的关联, 阐明颗粒体系的变形与破坏问题, 这正是颗粒物质细观力学的目标。

参考文献

- 孙其诚, 王光谦. 颗粒物质力学导论. 北京: 科学出版社, 2009
- 黄文熙. 土的工程性质. 北京: 水利电力出版社, 1983
- 蒋亦民, 刘佑. 砂土的流体动力学方程与本构模型的比较. 岩土力学, 2010, 31(6): 1729-1738
- Kolymbas D. Introduction to Hypoplasticity. In: Advances in Geotechnical Engineering. Rotterdam: Balkema A A, 2000
- Huang W X, Bauer E. Numerical Investigations of shear localization in a micro-polar hypoplastic material. *Int J Numer Anal Meth Geomechan*, 2003, 27: 325-352
- Jiang Y M, Liu M. Granular solid hydrodynamics. *Granular Matter*, 2009, 11: 139-156
- 蒋亦民, 刘佑. 基于流体动力学理论的颗粒物质本构关系. 科学通报, 2009, 54: 1504-1510
- Edwards S F, Oakeshott R B S. Theory of powders. *Physica A*, 1989, 157: 1080-1090
- Edwards S F. The full canonical ensemble of a granular system. *Physica A*, 2005, 353: 114-118
- Coniglio A, de Candia A, Fierro A, et al. On Edwards's theory of powders. *Physica A*, 2004, 339: 1-6
- 陆坤权, 刘寄星. 软物质物理学导论. 北京: 北京大学出版社, 2006
- 孙其诚, 厚美瑛, 金峰. 颗粒物质物理与力学. 北京: 科学出版社, 2011
- 殷跃平, 潘桂堂, 刘宇平, 等. 汶川地震地质与滑坡灾害概论. 北京: 地质出版社, 2009
- Pica Ciamarra M, Lippiello E, Godano C, et al. Unjamming dynamics: the micromechanics of a seismic fault model. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 238001
- Cheng X. Experimental study of the jamming transition at zero temperature. *Phys Rev E*, 2010, 81: 031301
- Snøeijer J H, Vlucht T J H, van Hecke M, et al. Force network ensemble: a new Approach to static granular matter. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 054302
- Rowe P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc R Soc A*, 1962, 269(1339): 500-527
- 秦建敏. 基于离散元模拟的岩土力学性能研究及应变局部化理论分析. [博士论文]. 大连: 大连理工大学, 2007. 71-74
- Skinner A E. A note on the influence of interparticle friction on the shearing strength of a random assembly of spherical particles. *Geotechnique*, 1969, 19(1): 150-157
- Oda M, Nemat-Nasser S, Mehrabadi M M. A statistical study of fabric in a random assembly of spherical granules. *Int J Num Anal Meth Geomech*, 1982, 6: 77-94
- Davy C A, Fleck N A, Bolton M D. The collapse behaviour of a sugar aggregate. *Acta Materialia*, 2004, 52: 3587-3601
- Suiker A S J, Fleck N A. Frictional collapse of granular assemblies. *J Appl Mech*, 2004, 71(3): 350-358
- Kruyt N P, Rothenburg L. Shear strength, dilatancy, energy and dissipation in quasi-static deformation of granular materials. *J Stat Mech*, 2006, P07021
- Thornton C. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media. *Geotechnique*, 2000, 50(1): 43-53
- Iwashita K, Oda M. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM. *J Eng Mech ASCE*, 1998, 124: 285-292
- Jiang M J, Yu H S, Harris D. A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance. *Comput Geotech*, 2005, 32: 340-357
- 常在, 杨军, 程晓辉. 砂土强度和剪胀性的颗粒力学分析. 工程力学, 2010, 27 (4): 095-104
- 刘海涛. 无黏性颗粒材料剪切试验和贯入试验的离散元分析. [硕士论文]. 北京: 清华大学, 2010
- 刘海涛, 程晓辉. 粗粒土尺寸效应的离散元研究. 岩土力学, 2009, 30 (增刊): 287-292
- Li X. Micro-scale investigation on the quasi-static behavior of granular material: [PhD Thesis]. Hong Kong: The Hong Kong University of Science and Technology, 2006
- Li X, Li X S. Micro-macro quantification of the internal structure of granular materials. *J Eng Mech*, 2009, 135 (7): 641-656
- Bagi K. Microstructural stress tensor of granular assemblies with volume forces. *J Appl Mech*, 1999, 66 (4), 934-936
- Love A E H. A Treatise of Mathematical Theory of Elasticity. Cambridge: Cambridge University Press, 1927
- Goddard J. An elastohydrodynamics theory for the rheology of concentrated suspensions of deformable particles. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 1977, 2: 169-189
- Rothenburg L, Selvadurai, A P S, A micromechanical definition of the Cauchy stress tensor for particular media. In: Selvadurai, A. ed. Mechanics of Structured Media. Amsterdam: Elsevier, 1981. 469-486
- Bagi K. Stress and strain in granular assemblies. *Mech Mater*, 1996, 22: 165-177
- Kruyt N P, Rothenburg L. Kinematic and static assumptions for homogenization in micromechanics of granular materials. *Mech Mater*, 2004, 36: 1157-1173
- Li X, Yu H S, Li X S. Macro-micro relations in granular mechanics. *Int J Solids Struct*, 2009, 46: 4331-4341
- De Saxce G, Fortin J, Millet O. About the numerical simulation of the dynamics of granular media and the definition of the mean stress tensor. *Mech Mater*, 2004, 36: 1175-1184
- Bardet J P, Vardoulakis I. The asymmetry of stress in granular media. *Int J Solids Struct*, 2001, 38: 353-367
- Bardet J P, Vardoulakis I. Reply to Dr. Kuhn's discussion. *Int J Solids Struct*, 2003, 40: 1809
- Kruyt N P. Statics and Kinematics of discrete Cosserat-type granular materials. *Int J Solids Struct*, 2003, 40: 511-534
- Kuhn M R. Discussion of "The asymmetry of stress in granular media". *Int J Solids Struct*, 2003, 40: 1805-1807
- Chang C S, Kuhn M R. On virtual work and stress in granular media. *Int J Solids Struct*, 2005, 42: 2373-2379
- Bagi K. Analysis of microstructural strain tensor for granular assemblies. *Int J Solids Struct*, 2006, 43 (1): 3166-3184
- Varadarajan A, Sharma K G, Venkatachalam K, et al. Testing and modeling two rockfill materials. *J Geotech Geoenviron Eng ASCE*, 2003, 129(3): 206-218
- Aqil U, Tatsuoka F, Uchimura T, et al. Strength and deformation characteristics of recycled concrete aggregate as a backfill material. *Soils Found*, 2005, 45(5): 53-72
- Huang H Y. Discrete element modeling of tool-rock interaction: [PhD Thesis]. Minnesota: University of Minnesota, US, 1999
- Yang B, Jiao Y, Lei S. A study on the effects of microparameters on macroproperties for specimens created by bonded particles. *Int J Computer-Aided Eng Software*, 2006, 23: 607-631
- Nardin A, Schrefler B A. Modelling of cutting tool-soil interaction-Part II: micromechanical model and upscaling. *Computer Mech*, 2005, 36: 343-359

- 51 Potyondy D O, Cundall P A. A bonded particle model for rock. *Int J Rock Mech Mining Sci*, 2004, 41: 1329–1364
- 52 Dantu P. Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents. In: Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1957, 1: 144–148
- 53 Wakabayashi T. Photoelastic method for determination of stress in powdered mass. In: Proc 7th Jpn Nat Cong Appl Mech, 1957. 153–158
- 54 De Josselin de Jong G, Verruijt A. Etude photo-élastique d'un empilement de disques. *Cahier Groupe Français Rhéologie*, 1969, 2: 73–86
- 55 Drescher A, De Josselin de Jong G. Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material. *J Mech Phys Solids*, 1972, 20: 337–351
- 56 Oda M, Konishi J, Nemat Nasser S. Some experimentally based fundamental results on the mechanical behavior of granular material: effects of particle rolling. *Geotechnique*, 1980, 30(4): 479–495
- 57 Drescher A. An experimental investigation of flow rules for granular materials using optically sensitive glass particles. *Geotechnique*, 1976, 26(4): 591–901
- 58 Allersma H G B. Optical analysis of stress and strain in photoelastic particle assemblies: [PhD Thesis]. TUDelft, Netherlands, 1987
- 59 Cundall P A, Strack O D L. The distinct element method as a tool for research in granular media: Part II. Report to the National Science Foundation, Minnesota: University of Minnesota, 1979
- 60 Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 1979, 29(1): 47–65
- 61 Shukla A, Damania C. Experimental investigation of wave velocity and dynamic contact stresses in an assembly of disks. *Exp Mech*, 1987, 27(3): 268–281
- 62 Baxter G W. Stress distributions in a two dimensional granular material. In: Behringer R P, Jenkins J T. Balkema. ed *Powders and Grains* 97. 1997. 345–348
- 63 Majmudar T S, Behringer R P. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials. *Nature*, 2005, 435(2): 1079–1082
- 64 Majmudar T S. Experimental studies of two-dimensional granular material systems using grain-scale contact force measurements: [PhD Thesis]. Durham: Duke University, 2006
- 65 杨荣伟, 程晓辉. 光弹颗粒材料的直剪实验研究. *岩土力学*, 2009, 30: 103–109
- 66 Liu J, Sun Q, Jin F. Visualization of force networks in 2D dense granular materials. *Front Archit Civ Eng China*, 2010, 4: 109–115
- 67 Desrues J, Chambon R, Mokni M, et al. Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand specimens studied by computed tomography. *Geotechnique*, 1996, 46(3): 529–546
- 68 Oda M, Takemura T, Takahashi M. Microstructure in shear band observed by microfocus X-ray computed tomography. *Géotechnique*, 2004, 54(8): 539–542
- 69 Matsushima T, Katagiri J, Uesugi K, et al. Micro X-ray CT at Spring-8 for granular mechanics. In: *Soil Stress-Strain Behavior: Measurement, Modeling and Analysis*, 2007. 225–234
- 70 Terzaghi K. Old earth pressure theories and new test results. *Engineering News-Record*, 1920, 85(14): 632–637
- 71 孙广忠. 岩体结构力学. 北京: 科学出版社, 1988
- 72 Roscoe K H, Schofield A N, Wroth C P. On the yielding of soils. *Geotechnique*, 1958, 8(1): 22–53
- 73 Schofield A N, Wroth C P. *Critical State Soil Mechanics*. London: McGraw-Hill, 1968
- 74 Skempton A W. Long-term stability of clay slopes. *Geotechnique*, 1964, 14(2): 77–101
- 75 Itasca Consulting Group Inc. PFC2D Theory and Background. Minneapolis, Minnesota, 1999
- 76 莫则尧, 张爱清. 主编. JASMIN 框架用户指南 (1.8.0 版), 技术报告 T09-JMJL-01, 北京应用物理与计算数学研究, 2010
- 77 夏蒙芬, 韩闻生, 柯孚久, 等. 统计细观损伤力学和损伤演化诱致突变. *力学进展*, 1995, 25(1): 1–23

ADVANCES IN THE MICRO-MACRO MECHANICS OF GRANULAR SOIL MATERIALS*

SUN Qicheng^{1,†} CHENG Xiaohui² JI Shunying³ JIN Feng¹

¹ State Key Laboratory for Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing, 100084, China

² Civil Engineering Department, Tsinghua University, Beijing, 100084, China

³ State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China

Abstract A granular material is a conglomeration of discrete solid, macroscopic particles characterized by a loss of energy whenever the particles interact. Granular materials are omnipresent in nature, industrial practice and daily life, with size spanning from 1 μm to a few meters. The mechanical properties have long been studied. In recent two decades, many laboratory scale tests have been conducted and novel phenomena were observed. Both theoretical studies, such as granular matter statistical mechanics, granular solid hydrodynamics, and measurement techniques, such as X-ray CT, photoelastics, have witnessed great breakthrough. The revealed physical mechanism prompt ones to examine the assumptions, concepts, models and theories that previously proposed and being used. In this review paper, major fundamental problems are presented introduced and discussed, including the characteristics of microscale structure, procedure of micro-macro study with Rowe stress dilatancy relation as an example, derivation of stress and strain from microscale structure, the relation of macroscale strength with particle friction, size effect and similarity. In addition, granular soil as a typical granular material, its new developments are summarized. The frequently used techniques are introduced as well. Finally, we present a few aspects in which research should be reinforced, such as examining the assumptions in the discrete element method and checking the computing details, conducting the ideal physical and numerical experiments; by lying on the fast development of high performance computing, carrying on high scientific confidence degree large scale computation of granular materials with high scientific confidence degree; with the help of fast development of high performance computers. The mechanics of granular materials is still at its infancy stage, and there is a long way to directly solve the engineering problems. Essential development of related engineering technologies depends certainly on progress or break-through in the of fundamental studies of granular material mechanics.

Keywords granular matter, multiple scales, soil mechanics, natural hazards

* The project supported by the National Key Basic Research Program of China (2010CB731502, 2010CBT31504), National Natural Science Foundation of China (50904036, 11034010), the State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University (2008-ZY-6; 2010-TC-1)

[†] E-mail: qcsun@tsinghua.edu.cn