

设计与研究

平整冰与船舶结构相互作用的离散元分析

蔡 柯¹, 季顺迎²

(1. 国家海洋环境预报中心 国家海洋局海洋灾害预报技术研究重点实验室, 北京 100081;

2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

摘要: 对于在冰区航行的船舶, 冰荷载是其结构设计和安全航行的重要影响因素。采用离散单元法对船舶在平整冰区中航行的过程进行数值分析。平整冰由球形颗粒黏结而成, 并考虑海流对海冰单元的浮力和拖曳力; 当海冰单元间的作用力大于其冻结强度时, 海冰发生破坏; 船体结构由三角形单元构成, 其在与海冰作用的过程中可确定各单元上的海冰作用力; 通过海冰单元与船体单元间的接触作用可计算船体在冰区航行过程中的局部冰压力和总冰力。通过对船舶结构与海冰作用进行离散元分析, 重点确定船体水线处海冰线荷载的分布规律, 探讨航速和冰厚对船体线荷载及总冰力的影响。分析结果可为冰区船舶的结构设计和船舶在冰区安全航行提供科学依据。

关键词: 平整冰; 船体结构; 离散元方法; 冰荷载

中图分类号: U674.21; U661.31⁺1

文献标志码: A

文章编号: 2095-4069 (2016) 05-0005-010

Analysis of Interaction between Level Ice and Ship Hull Based on Discrete Element Method

CAI Ke¹, JI Shun-ying²

(1. Key Laboratory of Research on Marine Hazards Forecasting,

National Marine Environment Forecasting Center, Beijing 100081, China;

2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: For ships operating at ice areas, ice load is an important factor influencing the structural design and safe navigation. The discrete element method (DEM) is used to numerically analyze ship's voyage in level ice, which takes into consideration of the level ice formed by the binding of spherical particles, as well as the buoyancy force and pulling force on ice elements. When the force between ice elements is larger than its freezing strength, ice would be broken. Hull structure is modeled with triangular elements to determine the force on each element during the ice interaction. Local ice pressure and general ice resistance on ship hull is determined according to the interaction between ice elements and hull elements. The distribution characteristics of linear ice load on ship structure along waterline are determined based on the DEM simulations of interaction between level ice and ship hull. The influences of operating speed and ice thickness on ice load are discussed on the basis of simulated results. The study provides some scientific basis for the ship structure design and the navigation safety in ice-covered waters.

Key words: level ice; ship hull; DEM; ice load

收稿日期: 2015-10-10

基金项目: 国家自然科学基金(41176012); 国家海洋公益性行业科研专项经费项目(201105016; 201205007)

作者简介: 蔡柯, 男, 硕士, 研究实习员, 1990 年生。2016 年毕业于大连理工大学, 现主要从事极地海洋工程及海冰数值模式研究。

0 引言

近年来,受全球气候急剧变暖的影响,北极海冰覆盖面积持续减少,对北极航道夏季通航的可行性论证和探索性运行也已开始^[1-2]。我国是一个近北极国家,无论是北极西北航道还是北极东北航道,均对我国的海上运输有着重要的战略意义^[3-5]。我国于 2012 年开始在北冰洋考察中对北极航道的可行性运行进行系统的专题调查^[4]。2013 年 9 月,我国货船首次经白令海峡通过东北航道到达欧洲,开辟了我国远洋运输的新通道。同时,北极海域蕴藏着丰富的油气资源,其油气储量相当于目前世界上已探明原油储量的 13%和天然气储量的 30%^[6]。因此,冰区航行的安全保障及船体结构的抗冰设计是当前亟待解决的工程问题。然而,目前我国对船舶在冰区航行及船体冰力的研究还处于相对薄弱的阶段。

船舶在冰区航行时,受海冰类型、船体结构和航行方式等因素的影响,海冰与船体的作用过程极为复杂。目前,相关学者^[7-11]已对平整冰与船体作用时的断裂、挤压和破碎过程,以及碎冰在船首的堆积、重叠和撞击过程进行系统的研究。合理确定船体局部冰压力不仅是分析船体局部变形和强度的基础,而且是求取船体总冰力的重要依据^[12-14]。此外,海冰对船体结构的影响及冰力的大小与船舶的锚泊、直行及转弯等不同航行方式密切相关^[15-17]。在船体结构冰荷载研究中,综合采用室内模型试验、现场冰荷载测量、数值方法和理论分析等研究方法有助于全面揭示海冰与船体的作用机理^[18-20]。尤其是船体冰荷载的数值分析,可从不同层面解释海冰的破坏机理、局部冰压力分布特征及总冰力变化规律,是海冰与船体相互作用研究的重要途径。但是,计算模型的可靠性和计算参数的合理性需依托于准确的理论模型,并通过有效的试验验证。

船体冰荷载的数值分析有连续介质^[21-23]、离散元^[24-25]及黏结单元^[26-27]等不同的数值分析方法。通过采用连续介质模型可分析不同海冰速度下冰块对于船舶的作用力^[28-29]。采用 LS-DYNA 软件对冰山和船首的碰撞过程进行数值模拟,探究海冰与船体相互作用时船首的压力和应力分布规律及船体总冰力和局部冰压力分布规律^[30]。此外,采用 MSC.Dytran 等有限元软件可对不同冰况下海冰与船体碰撞的过程进行数值计算^[31-32]。由于海冰在与船体结构相互作用的过程中会呈现出由连续体向离散块体转变的破坏过程^[33],且不同尺度下的海冰又呈现出很强的离散分布特性,并在冰缘区、碎冰区、重叠和堆积冰区表现得更为明显^[34-36],因此离散元法在确定船体结构冰荷载方面具有明显的计算优势。离散元法自 20 世纪 70 年代建立以来,在单元形态、接触模型、流固耦合、多尺度算法、破坏准则及计算规模等方面不断发展和完善,目前已广泛应用于岩土、化工及海洋等多个研究领域中^[37-39]。该方法从 20 世纪 80 年代开始用于分析海冰动力演变及海洋结构冰荷载等问题^[40-43],例如:采用二维圆盘离散单元模型对锚系船舶在冰区中的航行进行数值模拟;采用三维非规则离散单元模型对浮式平台结构与冰的相互作用进行初步探讨^[44]。由此可见,离散元法不仅可以精确描述离散冰块的几何特性、碰撞作用和动力学过程,还可对海冰与船体作用时的破坏模式进行合理的数值分析,进而确定船体结构的局部冰压力和总体冰阻力。

由此,针对海冰与船体结构相互作用的动力特性,建立具有黏结-破碎特征的海冰离散单元方法,对海冰与船体作用时的破坏模式、船体结构局部冰压力和总冰力进行数值分析,进而研究船体线荷载的分布,并分析船舶的航行速度和冰况对船体冰荷载的影响。

1 海冰的离散元模型及船体结构模型

1.1 平整冰的离散元计算模型

在通过离散元法模拟平整冰时,采用平行黏结单元构造冰排,同时考虑海冰单元受到海水的浮力和拖曳力的作用。典型的平整冰离散元模型见图 1。为模拟无限大冰场中海冰计算域的边界条件,在平整冰计算域的四周采用弹性约束以模拟冰场的影响。

平整冰内部之间的相互作用(即球形颗粒与球形颗粒之间的接触力)采用线性模型计算(见图 2),其中: M_A 与 M_B 为单元 A 与 B 的质量; K_n 与 K_s 为单元间的法向与切向刚度; C_n 与 C_s 为法向和切向的

阻尼系数; μ 为颗粒间的摩擦因数。取颗粒间的法向刚度 $K_n = \pi ED/4$, 其中: E 为海冰弹性模量; D 为 2 个接触颗粒的平均直径。在海冰单元的线性接触模型中, 法向力和切向力分别为 $F_n = K_n x_n - C_n \dot{x}_n$ 和 $F_s = \min(K_s x_s - C_s \dot{x}_s, \mu F_n)$, 这里 x 和 $\dot{x}$ 分别为 2 个颗粒的重叠量和相对速度。 $C_n = \zeta_n \sqrt{2MK_n}$, 其中无量纲黏滞系数 $\zeta_n = -\ln e / \sqrt{\pi^2 + \ln^2 e}$, e 为回弹系数。取 $K_s = K_n$, 且忽略颗粒间的切向阻尼。

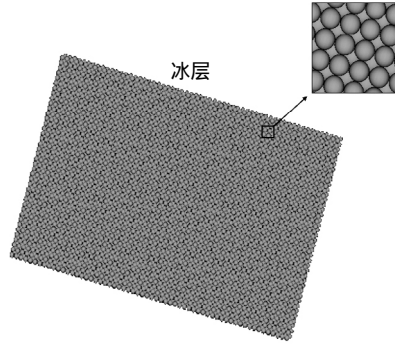


图1 平整冰的离散单元模型

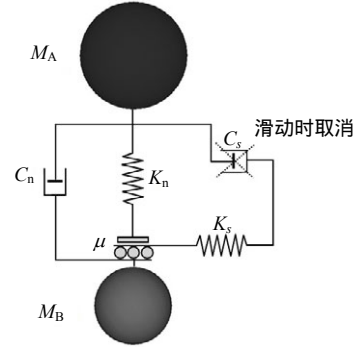


图2 海冰单元间的接触模型

考虑到海冰单元间的冻结作用, 这里采用平行黏结模型, 即 2 个黏结单元间不仅可以传递力, 还可以传递力矩 (见图 3)。图 3 中: X^A 和 X^B 为单元 A 及单元 B 的位置向量; F_b^n 与 F_b^s 及 M_b^n 与 M_b^s 分别为总的力和力矩沿法向方向及切向方向的分量。海冰单元间的最大拉应力和剪切应力为

$$\sigma_{\max} = \frac{-F_n}{A} + \frac{|M_s|}{I} R, \quad \tau_{\max} = \frac{|F_s|}{A} + \frac{|M_n|}{J} R \quad (1)$$

式(1)中: $A = \pi R^2$, 为黏结位置的面积; $J = 1/2 \pi R^4$, 黏结位置横截面的极惯性矩; $I = 1/4 \pi R^4$, 为黏结位置横截面的惯性矩。

海冰单元间的冻结作用在法向或切向力超过其拉伸或剪切强度时, 颗粒间的冻结作用会发生损伤。这里采用线性软化失效准则表征冻结颗粒间的破坏过程。以法向拉伸过程为例 (见图 4), 当法向距离 $x < x_0$ 时, 颗粒间的作用力与相对位移呈线性增加, 此时颗粒间的刚度设为接触刚度 K_n ; 当 $x = x_0$ 时, 颗粒间的作用力达到其最大值 $F_{\max}$; 当 $x > x_0$ 时, 黏结颗粒间发生损伤, 其作用力随相对位移的增加而线性减小, 其软化刚度为 K_n^{soft} 。取 $K_n = K_n^{\text{soft}}$, 当 $x > x_{\max}$ 时, 黏结颗粒间的作用力降为 0, 此时颗粒断开。采用该软化接触模型有助于降低黏结颗粒发生破坏时的断裂能, 获得稳定的计算结果。

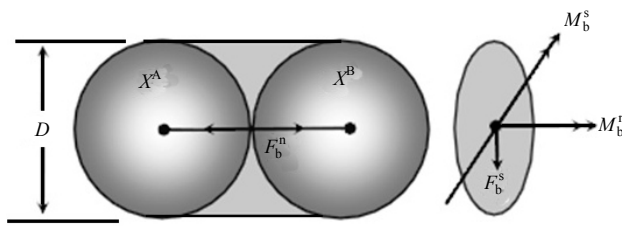


图3 颗粒之间的平行黏结模型

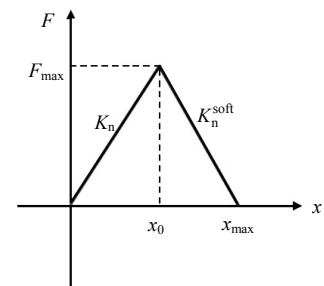


图4 颗粒之间的断裂模型

1.2 “雪龙号”极地考察船的结构模型

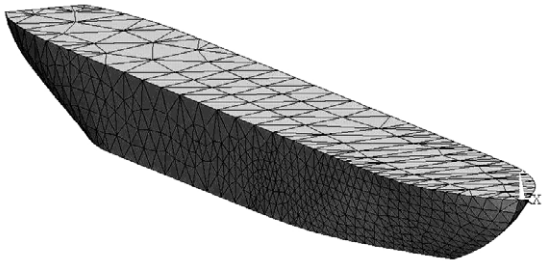
针对“雪龙号”极地考察船的结构特点, 由于船体结构在船首处和船尾处存在曲面, 且目前多数学者均采用球形颗粒与三角形单元的接触算法, 因此为更好地模拟船体结构特点, 采用三角形单元构建船体结构模型 (见图 5)。船体尺寸见表 1, 共采用 1912 个三角形单元。当海冰颗粒单元与船体结构发生碰撞时, 主要有 3 种接触模式, 即颗粒单元与三角形单元的棱边、角点及平面发生接触 (见图 6)。在判断接触模式及计算作用力时, 参考海冰单元间的搜索方法和接触模型。

表 1 雪龙号极地考察船的主要设计参数

参数	船长/m	型宽/m	型深/m	最大吃水/m	空载吃水/m	三角形单元数目/个
数值	167	22.6	13.5	9	8	1912



a) 现场照片



b) 计算模型

图 5 “雪龙号” 极地考察船现场照片及结构计算模型

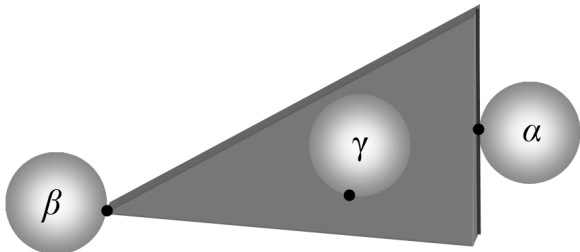


图 6 海冰颗粒单元与船体三角形单元的棱边、角点和平面的接触模式

2 船舶在平整冰区航行的离散元分析

船舶在冰区航行的过程中，对船体整体冰阻力和局部冰压力进行确定有助于分析船体在冰区的通航性能，并为船体结构设计提供计算参数。

2.1 船体结构冰荷载的离散元模拟

在离散元的数值模拟中，破冰船的航速一定，且固定平整冰的边界。海冰离散元模拟中的主要计算参数见表 2。当船舶以恒定航速 $V_i = 7.0 \text{ m/s}$ 驶入平整冰区时，海冰在船体的冲击下发生破碎，并在冰区内形成一条狭长水道。船舶在驶入和驶出冰区的过程中，海冰对船体结构的总冰力变化见图 8。由图 8 可知：当船舶刚进入冰区时，船体冰荷载随航行距离的增加而逐渐增大；随着船舶在冰区中行进，冰荷载逐渐达到一定的极限并呈现出很强的脉动性；随着船舶驶离冰区，冰荷载逐渐下降。

表 2 海冰离散元模拟中的主要计算参数

参数	数值	参数	数值
海冰密度/(kg/m^3)	970	海冰单元间的摩擦因数	0.3
海冰弹性模量/GPa	1.0	海冰单元间的回弹系数	0.4
平整冰尺寸/($\text{m} \times \text{m}$)	180×60	船体与颗粒间的摩擦因数	0.1
海冰厚度/m	0.8	船体与颗粒间的回弹系数	0.3
航行速度/(m/s)	7.0	海冰单元间的黏结强度/MPa	1.2

船舶在冰区航行过程中，船体上不同位置处受到的冰荷载是不同的。船舶在直行时，海冰最先与船首发生接触，当冰力达到一定程度时，平整冰会发生弯曲破坏并形成碎冰；船体侧面和船尾则主要与碎冰发

生碰撞, 或与水道两侧的海冰发生摩擦作用。因此, 船首的冰荷载要明显高于船体其他部位。为显示船体局部荷载的分布, 对船舶在冰区行驶过程中单元的节点力进行提取。图 9 为船舶在平整冰中行驶过程中船体所受冰压力的分布。由图 9 可知, 冰压力的空间分布主要集中在船首附近, 且船首和船肩上的冰压力要明显高于其他位置。

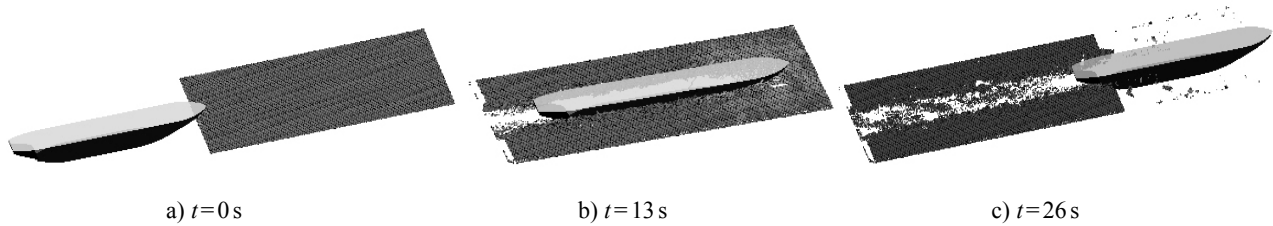


图 7 DEM 模拟的海冰与平整冰作用过程

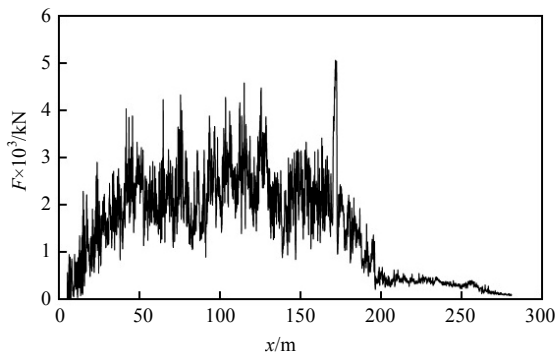


图 8 船舶在冰区行驶过程中的总冰力变化

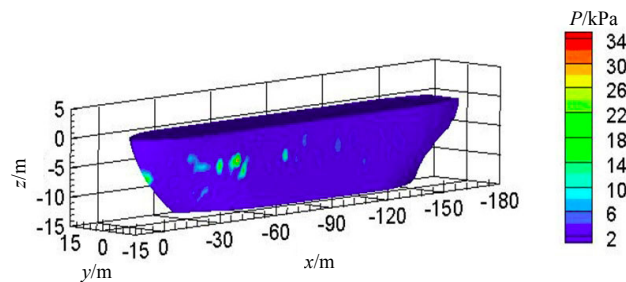


图 9 船体所受冰压力的分布

2.2 船体水线处冰力的线荷载分布

船舶在直行时, 冰排的破坏一般发生在船首水线处, 会使船首产生较大的冰阻力^[45-46], 而船侧大多与破碎后的冰块发生接触, 由此导致船体不同部位冰荷载出现差异。为研究冰荷载在船体上的分布规律, 可将船体划分为不同区域。这里将船体水线处的轮廓提取出来, 对船体水线处以 10m 为一个区间进行划分, 共分为 26 个区域 (见图 10), 由此可统计出各个区间内冰力的线分布规律。

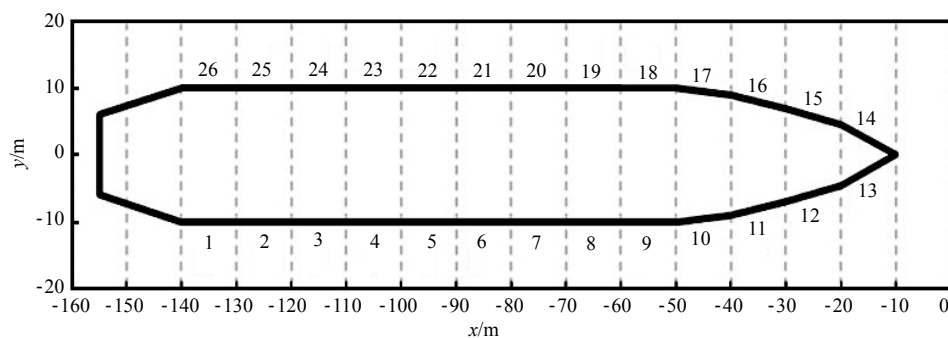


图 10 不同时刻作用点冰荷载分布

根据以上船体在冰区航行的离散元分析, 可得船体周围各分区线荷载时程曲线 (见图 11)。由图 11 可知, 在船首区域, 线荷载的变化是随机的, 多呈脉冲特性; 而在船侧区域, 线荷载有一定的连续性。船首区域的线荷载要远大于船侧区域, 这主要是由于海冰与船首作用过程中主要呈弯曲破坏状态。海冰每发生一次断裂, 就会导致海冰与船体接触间断, 从而使冰荷载呈现出很强的脉动性。然而, 船体两侧主要发生碎冰与船体的摩擦作用, 该作用是相对持续的。海冰与船首作用发生弯曲破坏时的冰荷载要远大于碎冰的摩擦作用。从船体不同部位的冰荷载时程上也可看出冰荷载与船体作用的次序, 即海冰首先与船首发生碰撞, 然后再与船侧及船尾等部位发生作用。

在船舶行进过程中, 海冰与船体的作用可分为法向碰撞和切向摩擦。由此, 将船体水线处的海冰作用力分解为法向力和切向力 (见图 12), 可得到不同船体部位海冰荷载在这 2 个方向上的变化情况。对各个

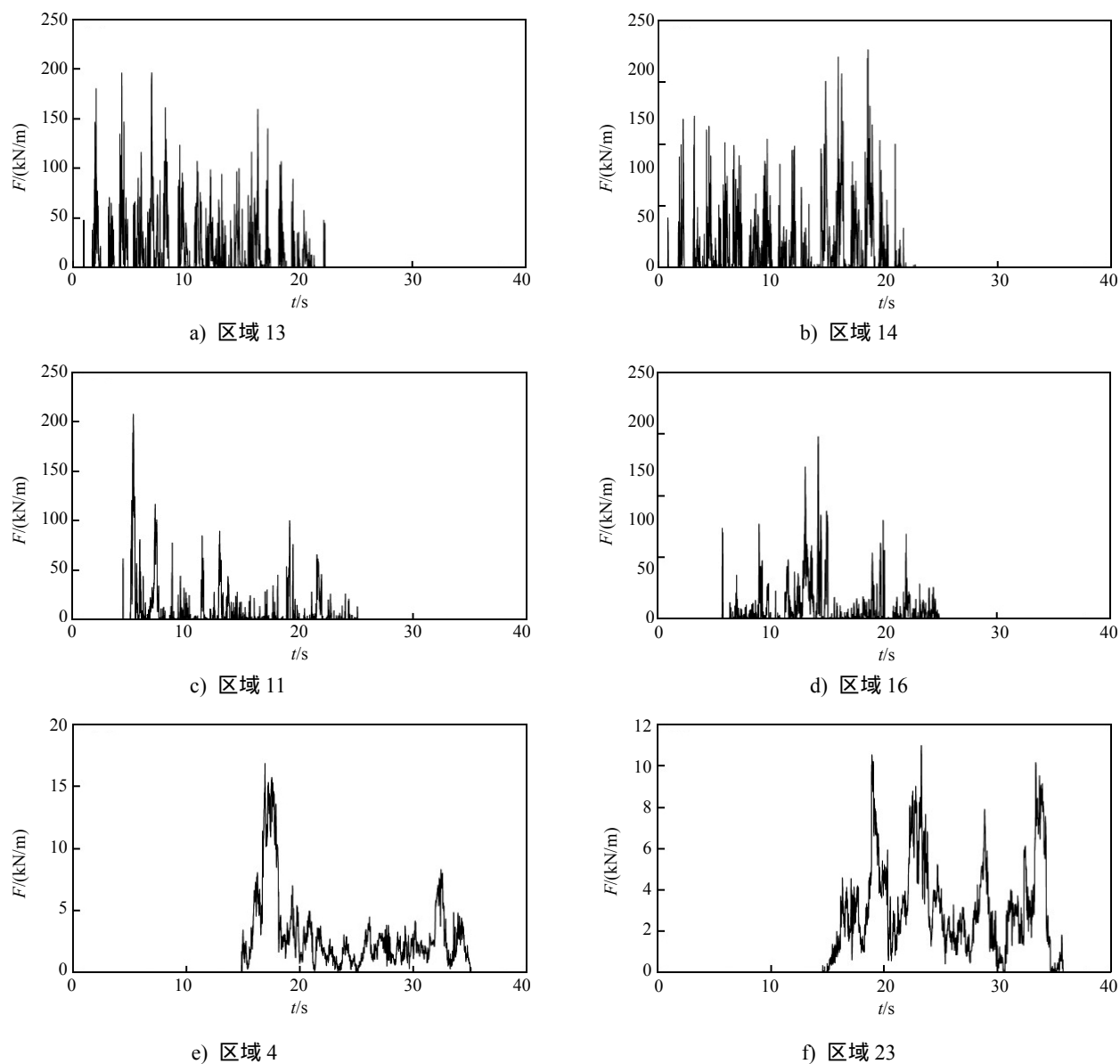


图 11 船体周围各分区线荷载时程曲线

区间的线荷载取平均值。基于以上海冰与船体相互作用的离散元模拟结果，船体不同部位的法向和切向冰荷载见图 13。由图 13 可知，在船舶整个行进过程中，法向和切向冰荷载均大体对称，且船首处的线荷载要远大于船侧荷载，法向线荷载要远大于切向线荷载。

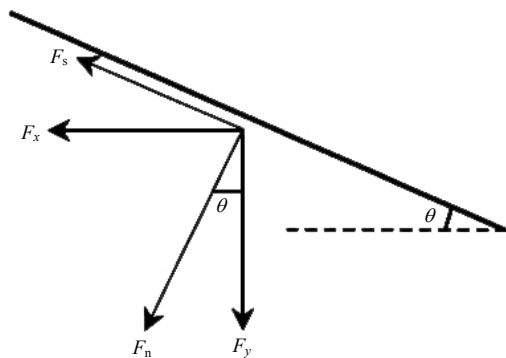


图 12 线荷载分解示意

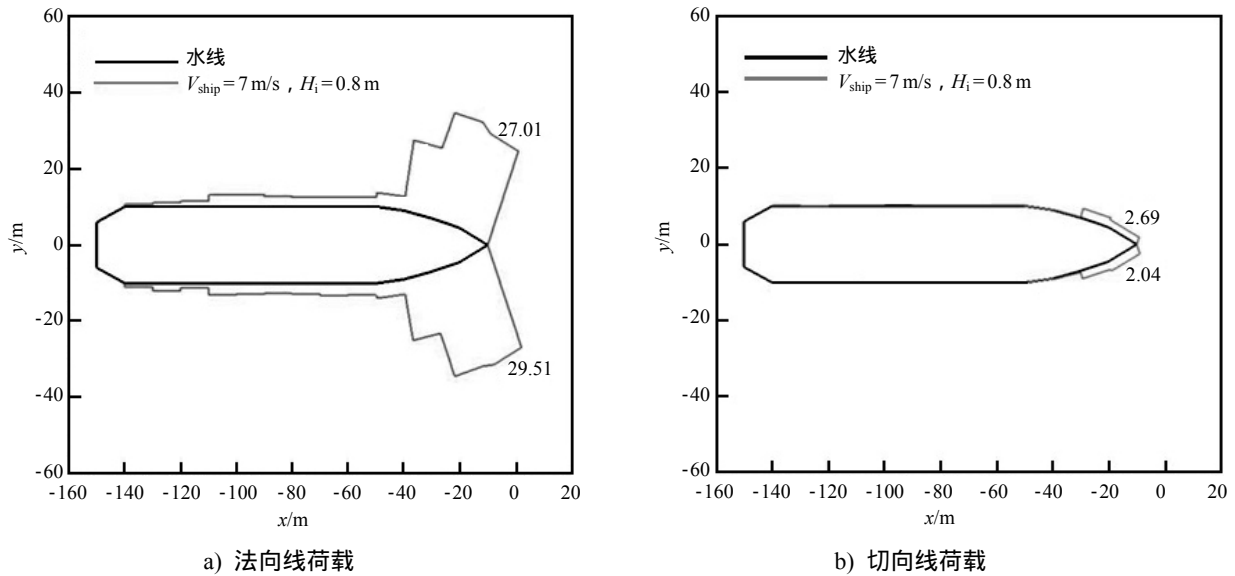


图13 船体周围法向和切向线荷载分布 (单位: kN/m)

3 航速和冰厚对船体线荷载的影响

船舶在冰区航行时,航速和冰厚是影响船体冰荷载的重要因素。针对不同航速和冰厚,采用离散元法对船体局部冰荷载及整体冰荷载进行数值计算和对比分析。

3.1 航速对船体线荷载的影响

为分析航速对船体线荷载的影响,航速分别设为 3 m/s, 5 m/s, 7 m/s 和 9 m/s,冰厚为 0.8 m,其他计算参数取用表 1 和表 2 中的数值。在不同航速下,船体各部位的法向和切向冰力线荷载分布见图 14。由图 14 可知:线荷载随航速的增加而明显增大;船首处的荷载要明显高于船体侧面荷载;法向荷载要明显高于切向荷载。图 15 为船首(区域 10~区域 17)及船体侧面线荷载均值随航速的变化情况。由图 15 可知,船首线荷载与航速大体呈线性关系,而船侧荷载对航速不敏感。

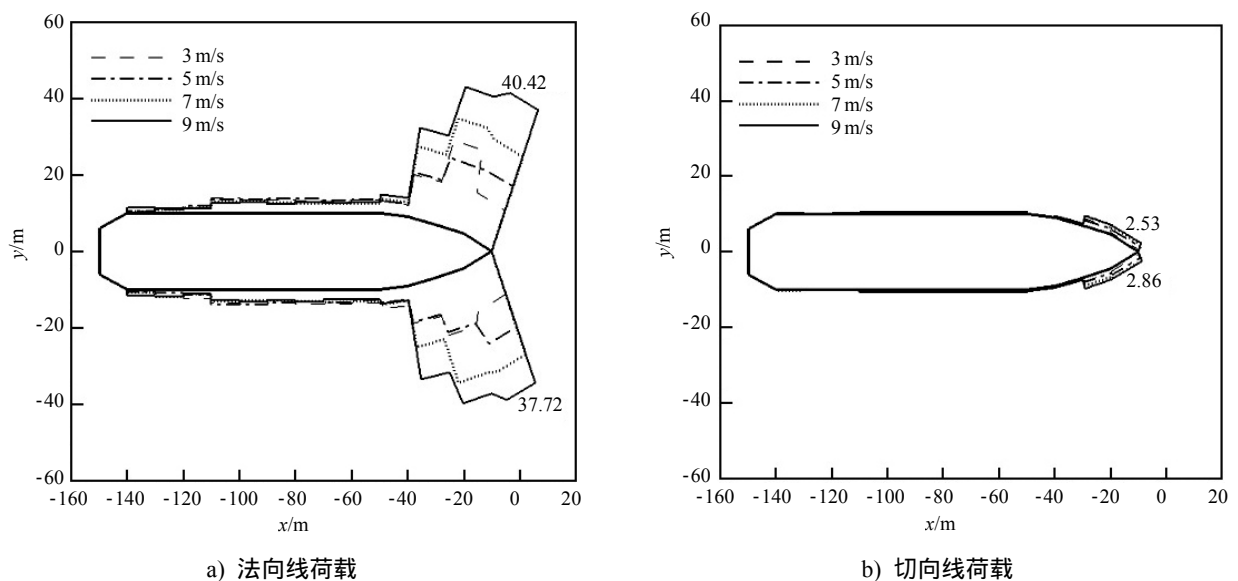


图 14 船体不同位置处在不同航速下法向和切向线荷载的分布 (单位: kN/m)

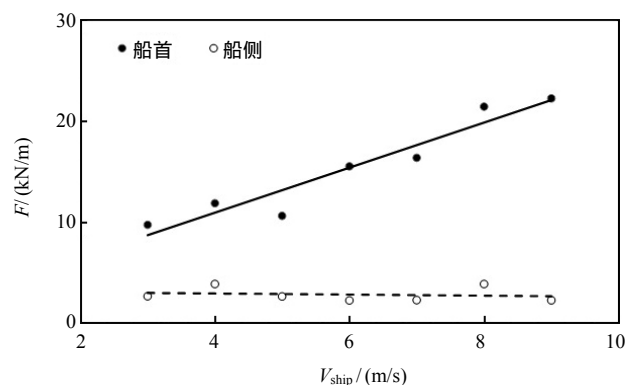


图 15 船首与船侧线荷载随航速的变化规律

3.2 冰厚对船体线荷载的影响

冰厚、密集度、冰块大小及冰强度等因素对船体冰荷载有显著的影响。这里主要对不同冰厚下的船体线荷载分布进行对比分析。冰厚取值在 0.7~1.2m 范围内, 其他计算参数取用表 1 和表 2 中的数值, 由此计算得到的不同冰厚下的法向和切向线荷载分布见图 16。船首冰荷载要远大于船体两侧荷载, 法向荷载要明显高于切向荷载。此外, 船首冰荷载随冰厚的增加而线性增大, 而船侧冰荷载对冰厚不敏感(见图 17)。

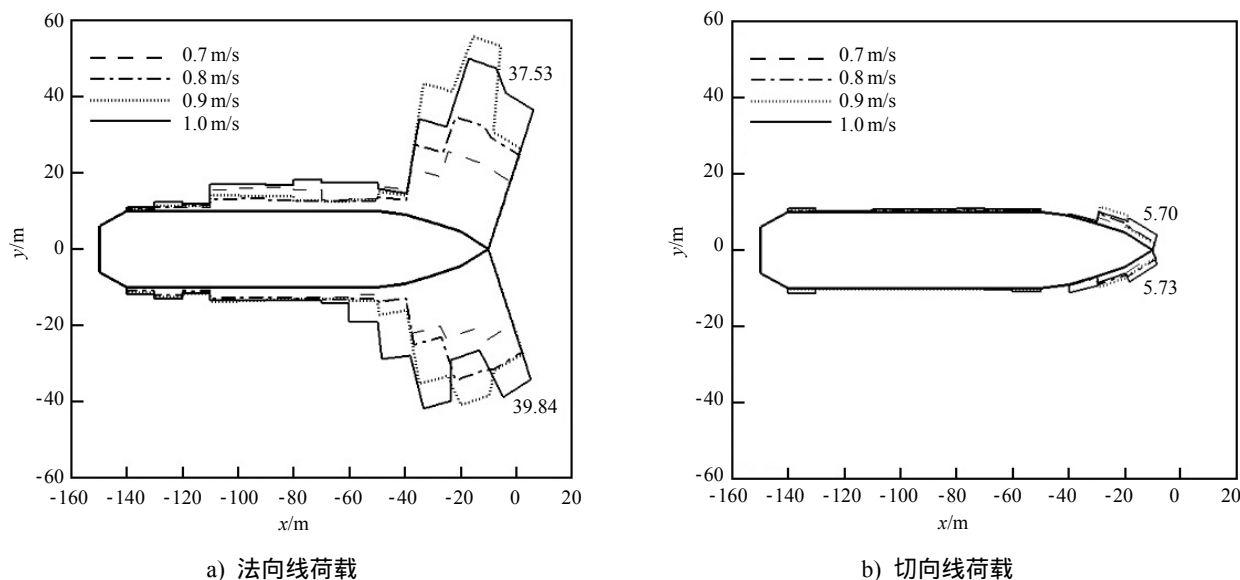


图 16 船体周围随冰厚变化的法向和切向线荷载分布(单位: kN/m)

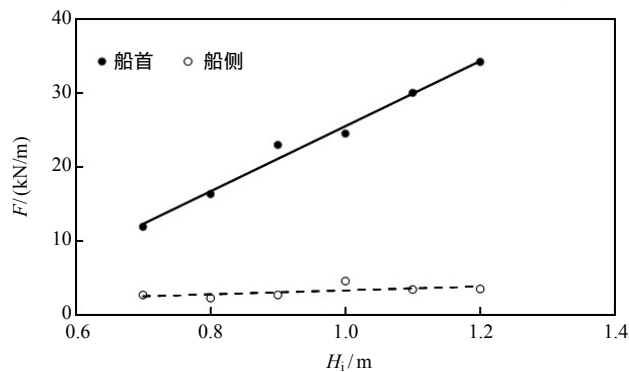


图 17 船首与船侧线荷载随冰厚的变化

4 结 语

采用离散元法对船舶在平整冰区内的航行过程进行数值模拟, 分析不同船体部位线荷载的分布规律, 研究航速和冰厚对船体冰荷载的影响。研究表明, 离散元法可合理地计算船舶在冰区的航行过程, 可对海冰在与船体结构作用过程中的破碎现象进行模拟, 进而确定不同船体部位冰荷载的分布规律; 船舶在冰区航行过程中, 冰荷载主要集中在船首, 且法向荷载要远大于切向荷载; 船首区域的冰荷载随航速和冰厚的增加而线性增大, 而船体两侧线荷载对航速和冰厚不敏感。以上研究有助于揭示船体冰荷载的变化规律和分布特性, 为后续研究不同航行状态、不同冰况下的船体冰荷载提供有效的数值方法。

【参 考 文 献】

- [1] CHIRCOP A. Climate change and the prospects of increased navigation in the canadian arctic[J]. Journal of Maritime Affairs, 2007, 6(2): 193-205.
- [2] HO J. The implications of Arctic sea ice decline on shipping[J]. Marine Policy, 2010 (34): 713-715.
- [3] 苏洁, 徐栋, 赵进平, 等. 北极加速变暖条件下西北航道的海冰分布变化特征[J]. 极地研究, 2010, 22(2): 104-124.
- [4] 王洛, 赵越, 刘建民, 等. 中国船舶首航东北航道及展望[J]. 极地研究, 2014, 26 (2): 276-284.
- [5] 何剑锋, 吴荣荣, 张芳, 等. 北极航道相关海域科学考察研究进展[J]. 极地研究, 2012, 24 (2): 187-196.
- [6] CHIERMEIER Q. The great Arctic oil race begins[J]. Nature, 2012 (482): 13-14.
- [7] SU B, SKJETNE R, BERG T E. Numerical assessment of a double-acting offshore vessel's performance in level ice with experimental comparison[J]. Cold Regions Science and Technology, 2014 (106/107): 96-109.
- [8] KUJALA P, ARUGHADHOSS S. Statistical analysis of ice crushing pressures on a ship's hull during hull-ice interaction[J]. Cold Regions Science and Technology, 2012 (70): 1-11.
- [9] SUYUTHI A, LEIRA B J, RISK A K. A generalized probabilistic model of ice load peaks on ship hulls in broken-ice fields[J]. Cold Regions Science and Technology, 2014 (97): 7-20.
- [10] HANSEN E H, LOSET S. Modelling floating offshore units moored in broken ice: comparing simulations with ice tank tests[J]. Cold Regions Science and Technology, 1999 (29): 107-119.
- [11] HANSEN E. H., LØSET S. Modelling floating offshore units moored in broken ice: model description[J]. Cold Regions Science and Technology, 1999 (29): 97-106.
- [12] VON BOCK UND POLACH R, EHLERS S. Heave and pitch motions of a ship in model ice: an experimental study on ship resistance and ice breaking pattern[J]. Cold Regions Science and Technology, 2011 (68): 49-59.
- [13] TAYLOR R S, JORDAAN I J, LI C, et al. Local design pressure for structures in ice: analysis of full-scale data[J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2010, 132 (3): 61-69.
- [14] LI C, JORDAAN I J, TAYLOR R S. Estimation of local ice pressure using up-crossing rate[J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2010, 132 (3): 71-78.
- [15] IBRAHIM R A, CHALHOUB N G, FALZARANO J. Interaction of ships and ocean structures with ice loads and stochastic ocean waves[J]. Applied Mechanics Review, 2007, 60(5): 246-290.
- [16] KARULIN E B, KARULINA M M. Numerical and physical simulations of moored tanker behaviour[J]. Ship and Offshore Structures, 2011, 6 (3): 179-184.
- [17] ZHOU L, RISK A K, VON BOCK UND POLACH R, et al. Experiments on level ice loading on an icebreaking tanker with different ice drift angles[J]. Cold Regions Science and Technology, 2013 (85): 79-93.
- [18] GAGNON R, CUMMING D, RITCH R, et al. Overview accompaniment for papers on the barge bit impact trials[J]. Cold Regions Science and Technology, 2008 (52): 1-6.
- [19] RALPH F, MCKENNA R, GAGNON R. Iceberg characterization for the barge bit impact study[J]. Cold Regions Science and Technology, 2008 (52): 7-28.

- [20] KJERSTAD O K, METRIKIN I, LØSET S, et al. Experimental and phenomenological investigation of dynamic positioning in managed ice[J]. Cold Regions Science and Technology, 2015 (111): 67-79.
- [21] GAGNON R E, WANG J. Numerical simulations of a tanker collision with a bergy bit incorporating hydrodynamics, a validated ice model and damage to the vessel[J]. Cold Regions Science and Technology, 2012 (81): 26-35.
- [22] AKSNES V. A simplified interaction model for moored ships in level ice[J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, (63): 29-39.
- [23] SU B, RISKA K, MOAN T. Numerical simulation of local ice loads in uniform and randomly varying ice conditions[J]. Cold Regions Science and Technology, 2011 (65): 145-159.
- [24] LAU M, LAWRENCE K P, ROTHENBURG L. Discrete element analysis of ice loads on ships and structures[J]. Ships and Offshore Structures, 2011, 6(3): 211-221.
- [25] 李紫麟, 刘煜, 孙珊珊, 等. 船舶在碎冰区航行的离散元模型及冰载荷分析[J]. 力学学报, 2013, 45 (6): 868-877.
- [26] KUUTTI J, KOLARI K, MARJAVAARA P. Simulation of ice crushing experiments with cohesive surface methodology[J]. Cold Regions Science and Technology, 2013, 92: 17-28.
- [27] LU W, LUBBAD R, LOSET S. Simulating ice-sloping structure interactions with the cohesive element method[J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2012, 136 (3): 519-528.
- [28] SHUNYING J, SHEWEN L. Interaction between sea ice/iceberg and ship structures: a review[J]. Advance in Polar Science, 2012, 23 (4): 187-195.
- [29] MRAVAK Z, RUDAN S, TRYASKIN V, et al. Iceberg collision with offshore unit[C]//Proceedings of the 20th International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions June, 2009: 9-12.
- [30] LIU Z, AMDAHL J, LØSET S. Integrated numerical analysis of an iceberg collision with a foreship structure[J]. Marine Structures, 2011 (24): 377-395.
- [31] 何伟. 基于ANSYS/LS-DYNA的船舶与冰碰撞分析研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2013.
- [32] 梁友庆. 基于MSC.Dytran的13 000 t成品油轮船冰碰撞的性能分析[J]. 南通航运职业技术学院学报, 2013, 12 (4): 48-52.
- [33] 王钰涵, 李辉, 任慧龙, 等. 连续破冰模式下破冰船的冰力研究[J]. 海洋工程, 2013, 31 (4): 68-73.
- [34] DEMPSEY J P. Research trends in ice mechanics[J]. International journal of solids and structures, 2000 (37): 131-153.
- [35] WEISS J, SCHULSON E, STERN H. Sea ice rheology from in-situ, satellite and laboratory observations: fracture and friction[J]. Earth and Planetary Science Letters, 2007 (255): 1-8.
- [36] HIBLER W D. Sea ice fracturing on the large scale[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001 (68): 2013-2043.
- [37] POTYONDY D O AND CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2004 (41): 1329-1364.
- [38] HOPKINS M A, SHEN H H. Simulation of pancake-ice dynamics in a wave field[J]. Annals of Glaciology, 2001 (33): 355-360.
- [39] SUN S, SHEN H H. Simulation of pancake ice load on a circular cylinder in a wave and current field[J]. Cold Regions Science and Technology, 2012, (78): 31-39.
- [40] HOPKINS M A, FRANKENSTEIN S, THORNDIKE A S. Formation of an aggregate scale in arctic sea ice[J]. Journal of Geophysical Research, 2004, 109 (sup1): 513-522.
- [41] 季顺迎, 狄少丞, 李正, 等. 海冰与直立结构相互作用的离散单元数值模拟[J]. 工程力学, 2013, 30 (1): 463-469.
- [42] 李春花, 王永学, 李志军, 等. 半圆形防波堤前海冰堆积模拟[J]. 海洋学报, 2006, 28 (4): 172-177.
- [43] 季顺迎, 李春花, 刘煜. 海冰离散元模型的研究回顾及展望[J]. 极地研究, 2012, 24 (4): 315-329.
- [44] LUBBAD R, LØSET S A. Numerical model for real-time simulation of ship-ice interaction[J]. Cold Regions Science and Technology, 2011 (65): 111-127.
- [45] LINDQVIST G. A Straightforward method for calculation of ice resistance of ships[J]. Performance, 1989, 2 (12-16): 722-735.
- [46] SHUNYING J, ZILIN L, CHUNHUA L, et al. Discrete element modeling of ice loads on ship hulls in broken ice fields[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2013, 32 (11): 50-58.